

BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Định nghĩa

Bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y có dạng tổng quát là $ax + by \leq c$

$$(ax + by > c, ax + by \geq c, ax + by < c)$$

trong đó:

- a, b, c là các số đã cho với a, b không đồng thời bằng 0
- x, y là các ẩn số.

Cặp số $(x_0; y_0)$ sao cho $ax_0 + by_0 \leq c$ là một bất đẳng thức đúng được gọi là một nghiệm của bất phương trình $ax + by \leq c$.

2. Biểu diễn miền nghiệm

Quy tắc biểu diễn hình học tập nghiệm của $ax + by < c$ (1) như sau:

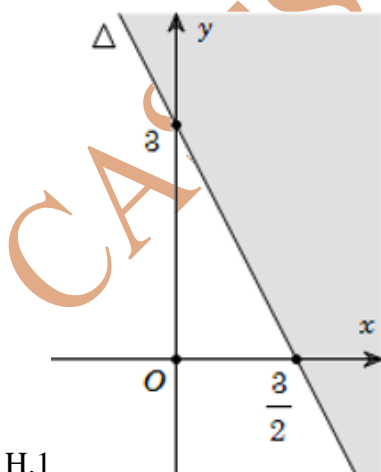
- Bước 1: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy vẽ đường thẳng $ax + by = c$ (d)
- Bước 2: Lấy một điểm $M_0(x_0; y_0)$ không thuộc (d) (ta thường lấy gốc tọa độ)
- Bước 3: Tính $ax_0 + by_0$ và so sánh với c .
- Bước 4: Kết luận

Nếu $ax_0 + by_0 < c$ thì nửa mặt phẳng bờ (d) chứa M_0 là miền nghiệm của $ax + by < c$.

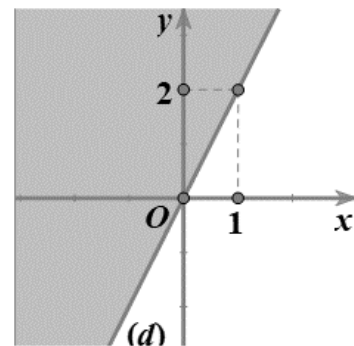
Nếu $ax_0 + by_0 > c$ thì nửa mặt phẳng bờ (d) không chứa M_0 là miền nghiệm của $ax + by < c$

Chú ý:

- Nếu xét tập nghiệm của bất phương trình $ax + by \leq c$ thì miền nghiệm trong phần kết luận sẽ gồm thêm các điểm nằm trên đường thẳng (d).
- Cách chọn điểm $M_0(x_0; y_0)$



H.1



H.2

Nếu đường thẳng (d) đi qua gốc tọa độ thì chọn M_0 là điểm khác $O(0;0)$

Nếu đường thẳng (d) không đi qua gốc tọa độ thì chọn M_0 chính là $O(0;0)$

3. Bài toán tối ưu

Bài toán: Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của biểu thức $T(x,y) = ax + by$ với (x,y) nghiệm đúng một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn cho trước.

Hướng dẫn:

Bước 1: Xác định miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho. Kết quả thường được miền nghiệm S là đa giác.

Bước 2: Tính giá trị của F tương ứng với (x,y) là tọa độ của các đỉnh của đa giác.

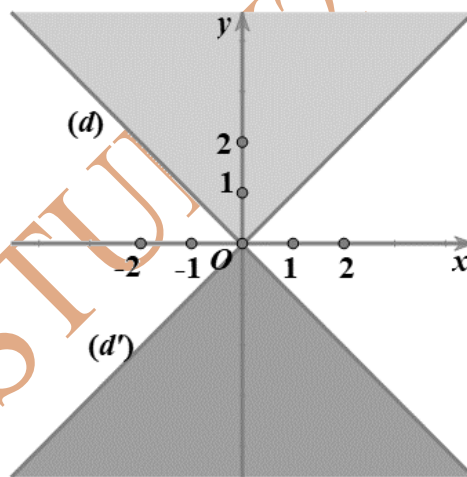
Bước 3: Kết luận:

- Giá trị lớn nhất của F là số lớn nhất trong các giá trị tìm được.
- Giá trị nhỏ nhất của F là số nhỏ nhất trong các giá trị tìm được.

4. Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn

Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn gồm *một số bất phương trình bậc nhất hai ẩn* x, y mà ta phải tìm các nghiệm chung của chúng. Mỗi nghiệm chung đó được gọi là một nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

Cũng như bất phương trình bậc nhất hai ẩn, ta có thể biểu diễn hình học tập nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.



H.3

B. BÀI TẬP ÁP DỤNG

Dạng 1. BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

Câu 1. Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

- A. $2x^2 + 3y > 0$. B. $x^2 + y^2 < 2$. C. $x + y^2 \geq 0$. D. $x + y \geq 0$.

Câu 2. Cho bất phương trình $2x + 3y - 6 \leq 0$ (1). Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- A. Bất phương trình (1) chỉ có một nghiệm duy nhất.
 B. Bất phương trình (1) vô nghiệm.
 C. Bất phương trình (1) luôn có vô số nghiệm.

D. Bất phương trình (1) có tập nghiệm là \mathbb{R} .

Câu 3. Miền nghiệm của bất phương trình: $3x + 2(y + 3) > 4(x + 1) - y + 3$ là nửa mặt phẳng chứa điểm:

- A. (3;0). B. (3;1). C. (2;1). D. (0;0).

Câu 4. Miền nghiệm của bất phương trình: $3(x - 1) + 4(y - 2) < 5x - 3$ là nửa mặt phẳng chứa điểm:

- A. (0;0). B. (-4;2). C. (-2;2). D. (-5;3).

Câu 5. Miền nghiệm của bất phương trình $-x + 2 + 2(y - 2) < 2(1 - x)$ là nửa mặt phẳng không chứa điểm nào trong các điểm sau?

- A. (0;0). B. (1;1). C. (4;2). D. (1;-1).

Câu 6. Trong các cặp số sau đây, cặp nào không thuộc nghiệm của bất phương trình: $x - 4y + 5 > 0$

- A. (-5;0). B. (-2;1). C. (0;0). D. (1;-3).

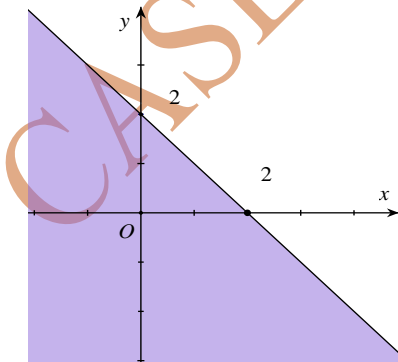
Câu 7. Điểm $A(-1;3)$ là điểm thuộc miền nghiệm của bất phương trình:

- A. $-3x + 2y - 4 > 0$. B. $x + 3y < 0$.
 C. $3x - y > 0$. D. $2x - y + 4 > 0$.

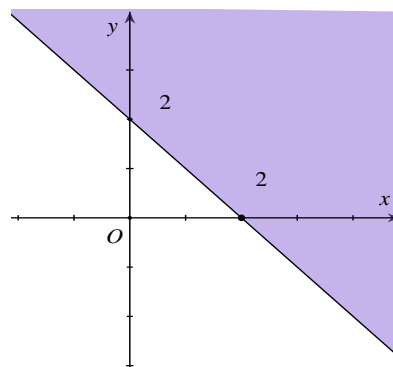
Câu 8. Cặp số (2;3) là nghiệm của bất phương trình nào sau đây ?

- A. $2x - 3y - 1 > 0$. B. $x - y < 0$.
 C. $4x > 3y$. D. $x - 3y + 7 < 0$.

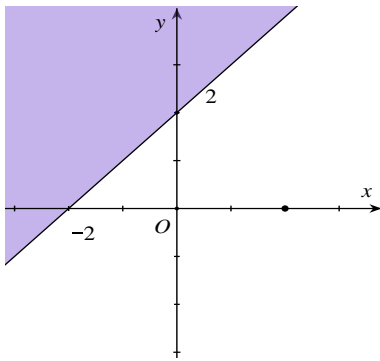
Câu 9. Miền nghiệm của bất phương trình $x + y \leq 2$ là phần tô đậm trong hình vẽ của hình vẽ nào, trong các hình vẽ sau?



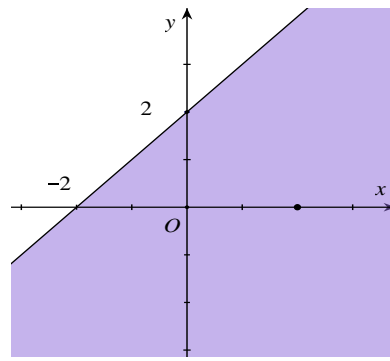
A.



B.

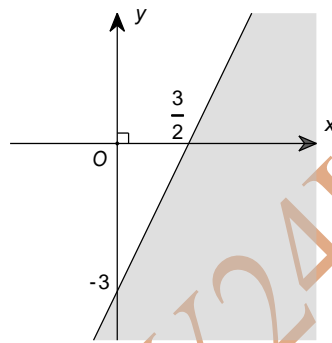


C.



D.

Câu 10. Phần tô đậm trong hình vẽ sau, biểu diễn tập nghiệm của bất phương trình nào trong các bất phương trình sau?



- A. $2x - y < 3$. B. $2x - y > 3$. C. $x - 2y < 3$. D. $x - 2y > 3$.

Dạng 2. HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

Câu 1. Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x + 3y - 2 \geq 0 \\ 2x + y + 1 \leq 0 \end{cases}$. Trong các điểm sau, điểm nào thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình?

- A. $M(0;1)$. B. $N(-1;1)$. C. $P(1;3)$. D. $Q(-1;0)$.

Câu 2. Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x - 5y - 1 > 0 \\ 2x + y + 5 > 0 \\ x + y + 1 < 0 \end{cases}$. Trong các điểm sau, điểm nào thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình?

- A. $O(0;0)$. B. $M(1;0)$. C. $N(0;-2)$. D. $P(0;2)$.

Câu 3. Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} - 1 \geq 0 \\ x \geq 0 \\ x + \frac{1}{2} - \frac{3y}{2} \leq 2 \end{cases}$ chứa điểm nào trong các điểm sau đây?

- A. $O(0;0)$. B. $M(2;1)$. C. $N(1;1)$. D. $P(5;1)$.

Câu 4. Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 3x + y \geq 9 \\ x \geq y - 3 \\ 2y \geq 8 - x \\ y \leq 6 \end{cases}$$
 chứa điểm nào trong các điểm sau đây?

- A. $O(0;0)$. B. $M(1;2)$. C. $N(2;1)$. D. $P(8;4)$.

Câu 5. Điểm $M(0;-3)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình nào sau đây?

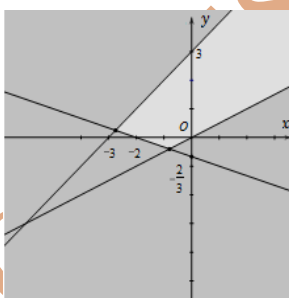
- A. $\begin{cases} 2x - y \leq 3 \\ 2x + 5y \leq 12x + 8 \end{cases}$ B. $\begin{cases} 2x - y > 3 \\ 2x + 5y \leq 12x + 8 \end{cases}$
 C. $\begin{cases} 2x - y > -3 \\ 2x + 5y \leq 12x + 8 \end{cases}$ D. $\begin{cases} 2x - y \leq -3 \\ 2x + 5y \geq 12x + 8 \end{cases}$

Câu 6. Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x + y - 2 \leq 0 \\ 2x - 3y + 2 > 0 \end{cases}$. Trong các điểm sau, điểm nào không thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình?

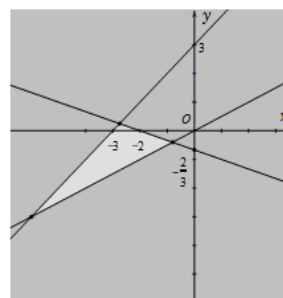
- A. $O(0;0)$. B. $M(1;1)$.
 C. $N(-1;1)$. D. $P(-1;-1)$.

Câu 7. Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x - 2y < 0 \\ x + 3y > -2 \\ y - x < 3 \end{cases}$ là phần không tô đậm của hình vẽ

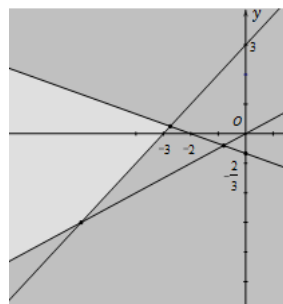
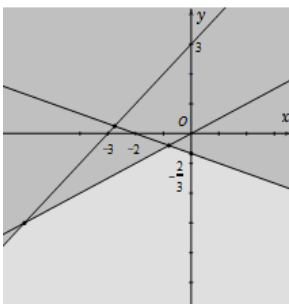
nào trong các hình vẽ sau?



A.



B.

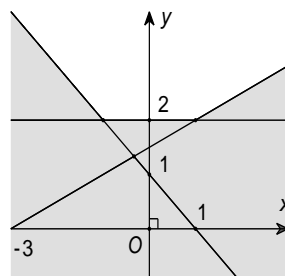
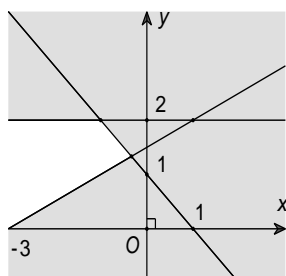


C.

D.

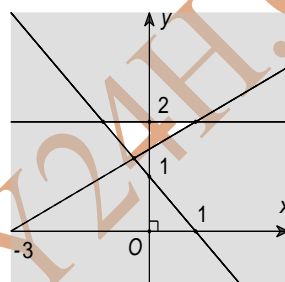
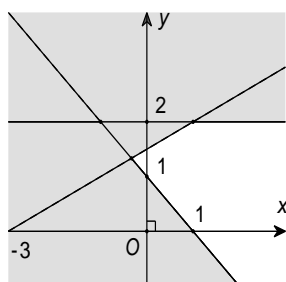
Câu 8. Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x + y - 1 > 0 \\ y \geq 2 \\ -x + 2y > 3 \end{cases}$ là phần không tô đậm của hình vẽ

nào trong các hình vẽ sau?



A.

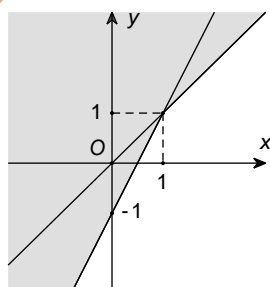
B.



C.

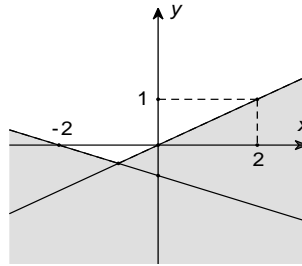
D.

Câu 9. Phần không tô đậm trong hình vẽ dưới đây (không chứa biên), biểu diễn tập nghiệm của hệ bất phương trình nào trong các hệ bất phương trình sau?



- A. $\begin{cases} x - y \geq 0 \\ 2x - y \geq 1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x - y > 0 \\ 2x - y > 1 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x - y < 0 \\ 2x - y > 1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x - y < 0 \\ 2x - y < 1 \end{cases}$

Câu 10. Phần không tô đậm trong hình vẽ dưới đây (không chứa biên), biểu diễn tập nghiệm của hệ bất phương trình nào trong các hệ bất phương trình sau?



- A. $\begin{cases} x - 2y \leq 0 \\ x + 3y \geq -2 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x - 2y > 0 \\ x + 3y < -2 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x - 2y \leq 0 \\ x + 3y \leq -2 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x - 2y < 0 \\ x + 3y > -2 \end{cases}$

Dạng 3. BÀI TOÁN TỐI ƯU

Câu 1. Giá trị nhỏ nhất F_{\min} của biểu thức $F(x; y) = y - x$ trên miền xác định bởi hệ

$$\begin{cases} y - 2x \leq 2 \\ 2y - x \geq 4 \\ x + y \leq 5 \end{cases}$$

- A. $F_{\min} = 1.$ B. $F_{\min} = 2.$ C. $F_{\min} = 3.$ D. $F_{\min} = 4.$

Câu 2. Biểu thức $F(x; y) = y - x$ đạt giá trị nhỏ nhất với điều kiện $\begin{cases} 2x - y \geq 2 \\ x - 2y \leq 2 \\ x + y \leq 5 \\ x \geq 0 \end{cases}$ tại điểm M có

toạ độ là:

- A. $(4; 1).$ B. $\left(\frac{8}{3}; -\frac{7}{3}\right).$ C. $\left(\frac{2}{3}; -\frac{2}{3}\right).$ D. $(5; 0).$

Câu 3. Cho x, y thỏa mãn hệ $\begin{cases} x + 2y - 100 \leq 0 \\ 2x + y - 80 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$. Tìm giá trị lớn nhất P_{\max} của biểu thức

$$P = (x; y) = 40000x + 30000y.$$

- A. $P_{\max} = 2000000.$ B. $P_{\max} = 2400000.$
 C. $P_{\max} = 1800000.$ D. $P_{\max} = 1600000.$

Câu 4. Giá trị lớn nhất F_{\max} của biểu thức $F(x; y) = x + 2y$ trên miền xác định bởi hệ

$$\begin{cases} 0 \leq y \leq 4 \\ x \geq 0 \\ x - y - 1 \leq 0 \\ x + 2y - 10 \leq 0 \end{cases} \text{ là}$$

- A. $F_{\max} = 6.$ B. $F_{\max} = 8.$ C. $F_{\max} = 10.$ D. $F_{\max} = 12.$

Câu 5. Giá trị nhỏ nhất F_{\min} của biểu thức $F(x; y) = 4x + 3y$ trên miền xác định bởi hệ

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 10 \\ 0 \leq y \leq 9 \\ 2x + y \geq 14 \\ 2x + 5y \geq 30 \end{cases} \text{ là}$$

- A. $F_{\min} = 23$. B. $F_{\min} = 26$. C. $F_{\min} = 32$. D. $F_{\min} = 67$.

Câu 6. Trong một cuộc thi pha chế, mỗi đội chơi được sử dụng tối đa 24 g hương liệu, 9 lít nước và 210 g đường để pha chế nước cam và nước táo.

- Để pha chế 1 lít nước cam cần 30 g đường, 1 lít nước và 1 g hương liệu;
- Để pha chế 1 lít nước táo cần 10 g đường, 1 lít nước và 4 g hương liệu.

Mỗi lít nước cam nhận được 60 điểm thưởng, mỗi lít nước táo nhận được 80 điểm thưởng.

Hỏi cần pha chế bao nhiêu lít nước trái cây mỗi loại để đạt được số điểm thưởng cao nhất?

- A. 5 lít nước cam và 4 lít nước táo. B. 6 lít nước cam và 5 lít nước táo.
C. 4 lít nước cam và 5 lít nước táo. D. 4 lít nước cam và 6 lít nước táo.

Câu 7. Một xưởng sản xuất hai loại sản phẩm

- Mỗi kg sản phẩm loại I cần 2 kg nguyên liệu và 30 giờ, đem lại mức lời 40 nghìn;
- Mỗi kg sản phẩm loại II cần 4 kg nguyên liệu và 15 giờ, đem lại mức lời 30 nghìn.

Xưởng có 200 kg nguyên liệu và 1200 giờ làm việc. Nên sản xuất mỗi loại sản phẩm bao nhiêu để có mức lời cao nhất?

- A. 30kg loại I và 40 kg loại II. B. 20kg loại I và 40 kg loại II.
C. 30kg loại I và 20 kg loại II. D. 25 kg loại I và 45 kg loại II.

Câu 8. Một nhà khoa học đã nghiên cứu về tác động phối hợp của hai loại Vitamin A và B đã thu được kết quả như sau: Trong một ngày, mỗi người cần từ 400 đến 1000 đơn vị Vitamin cả A lẫn B và có thể tiếp nhận không quá 600 đơn vị vitamin A và không quá 500 đơn vị vitamin B. Do tác động phối hợp của hai loại vitamin trên nên mỗi ngày một người sử dụng số đơn vị vitamin B không ít hơn một nửa số đơn vị vitamin A và không nhiều hơn ba lần số đơn vị vitamin A. Tính số đơn vị vitamin mỗi loại ở trên để một người dùng mỗi ngày sao cho chi phí rẻ nhất, biết rằng mỗi đơn vị vitamin A có giá 9 đồng và mỗi đơn vị vitamin B có giá 7,5 đồng.

- A. 600 đơn vị Vitamin A, 400 đơn vị Vitamin B.
B. 600 đơn vị Vitamin A, 300 đơn vị Vitamin B.
C. 500 đơn vị Vitamin A, 500 đơn vị Vitamin B.
D. 100 đơn vị Vitamin A, 300 đơn vị Vitamin B.

Câu 29. Công ty Bao bì Dược cần sản xuất 3 loại hộp giấy: đựng thuốc B₁, đựng cao Sao vàng và đựng "Quy sâm đại bổ hoàn". Để sản xuất các loại hộp này, công ty dùng các tấm bìa có

kích thước giống nhau. Mỗi tấm bìa có hai cách cắt khác nhau.

- Cách thứ nhất cắt được 3 hộp B_1 , một hộp cao Sao vàng và 6 hộp Quy sâm.
- Cách thứ hai cắt được 2 hộp B_1 , 3 hộp cao Sao vàng và 1 hộp Quy sâm. Theo kế hoạch, số

hộp Quy sâm phải có là 900 hộp, số hộp B_1 tối thiểu là 900 hộp, số hộp cao sao vàng tối thiểu là 1000 hộp. Cần phương án sao cho tổng số tấm bìa phải dùng là ít nhất?

- A. Cắt theo cách một $x - 2 < 0$ tấm, cắt theo cách hai 300 tấm.
- B. Cắt theo cách một 150 tấm, cắt theo cách hai 100 tấm.
- C. Cắt theo cách một 50 tấm, cắt theo cách hai 300 tấm.
- D. Cắt theo cách một 100 tấm, cắt theo cách hai 200 tấm.

Câu 30. Một nhà máy sản xuất, sử dụng ba loại máy đặc chủng để sản xuất sản phẩm A và sản phẩm B trong một chu trình sản xuất. Để sản xuất một tấn sản phẩm A cần 4 triệu đồng người ta sử dụng máy I trong 1 giờ, máy II trong 2 giờ và máy III trong 3 giờ. Để sản xuất ra một tấn sản phẩm B cần 3 triệu đồng người ta sử dụng máy I trong 6 giờ, máy II trong 3 giờ và máy III trong 2 giờ. Biết rằng máy I chỉ hoạt động không quá 36 giờ, máy hai hoạt động không quá 23 giờ và máy III hoạt động không quá 27 giờ. Hãy lập kế hoạch sản xuất cho nhà máy để tiền lãi được nhiều nhất.

- A. Sản xuất 9 tấn sản phẩm A và không sản xuất sản phẩm B.
- B. Sản xuất 7 tấn sản phẩm A và 3 tấn sản phẩm B.
- C. Sản xuất $\frac{10}{3}$ tấn sản phẩm A và $\frac{49}{9}$ tấn sản phẩm B.
- D. Sản xuất 6 tấn sản phẩm B và không sản xuất sản phẩm A