

CHUYÊN ĐỀ 4. GIỚI HẠN DÃY SỐ

A. LÝ THUYẾT

GIỚI HẠN HỮU HẠN	GIỚI HẠN VÔ CỰC
<p>1. Giới hạn đặc biệt:</p> <p>$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} = 0$; $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n^k} = 0$ ($k \in \mathbb{Z}^+$)</p> <p>$\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = 0$ ($q < 1$); $\lim_{n \rightarrow +\infty} C = C$</p> <p>2. Định lí:</p> <p>a) Nếu $\lim u_n = a$, $\lim v_n = b$ thì</p> <ul style="list-style-type: none"> • $\lim (u_n + v_n) = a + b$ • $\lim (u_n - v_n) = a - b$ • $\lim (u_n \cdot v_n) = a \cdot b$ • $\lim \frac{u_n}{v_n} = \frac{a}{b}$ (nếu $b \neq 0$) <p>b) Nếu $u_n \geq 0, \forall n$ và $\lim u_n = a$ thì $a \geq 0$ và $\lim \sqrt{u_n} = \sqrt{a}$</p> <p>c) Nếu $u_n \leq v_n, \forall n$ và $\lim v_n = 0$ thì $\lim u_n = 0$</p> <p>d) Nếu $\lim u_n = a$ thì $\lim u_n = a$</p> <p>3. Tổng của cấp số nhân lùi vô hạn</p> <p>$S = u_1 + u_1q + u_1q^2 + \dots = \frac{u_1}{1-q}$ ($q < 1$)</p>	<p>1. Giới hạn đặc biệt:</p> <p>$\lim \sqrt[n]{n} = +\infty$ $\lim n^k = +\infty$ ($k \in \mathbb{Z}^+$)</p> <p>$\lim q^n = +\infty$ ($q > 1$)</p> <p>2. Định lí:</p> <p>a) Nếu $\lim u_n = +\infty$ thì $\lim \frac{1}{u_n} = 0$</p> <p>b) Nếu $\lim u_n = a, \lim v_n = \pm\infty$ thì $\lim \frac{u_n}{v_n} = 0$</p> <p>c) Nếu $\lim u_n = a \neq 0, \lim v_n = 0$ thì $\lim \frac{u_n}{v_n} = \begin{cases} +\infty & \text{if } a \cdot v_n > 0 \\ -\infty & \text{if } a \cdot v_n < 0 \end{cases}$</p> <p>d) Nếu $\lim u_n = +\infty, \lim v_n = a$ thì $\lim (u_n \cdot v_n) = \begin{cases} +\infty & \text{if } a > 0 \\ -\infty & \text{if } a < 0 \end{cases}$</p> <p>* Khi tính giới hạn có một trong các dạng vô định: $\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, \infty - \infty, 0 \cdot \infty$ thì phải tìm cách khử dạng vô định.</p>

B. BÀI TẬP

B1. TRẮC NGHIỆM

Dạng 1: Tính Giới Hạn Bằng Định Nghĩa

Câu 1. Giá trị của $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-1}{2n+1}$ bằng:

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 2. Giá trị của $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n+1}$ bằng:

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 3. Giá trị của $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n^k}$ ($k \in \mathbb{N}^*$) bằng:

- A. 0 B. 2 C. 4 D. 5

Câu 4. Giá trị của $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sin^2 n}{n+2}$ bằng:

- A. 0 B. 3 C. 5 D. 8

Câu 5. Giá trị của $\lim_{n \rightarrow +\infty} (2n+1)$ bằng:

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. 0 D. 1

- Câu 6.** Giá trị của $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-n^2}{n}$ bằng:
- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. 0 D. 1
- Câu 7.** Giá trị của $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{n+1}$ bằng:
- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. 0 D. 1
- Câu 8.** Giá trị của $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\cos n + \sin n}{n^2 + 1}$ bằng:
- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. 0 D. 1
- Câu 9.** Giá trị của $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+1}}{n+2}$ bằng:
- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. 0 D. 1
- Câu 10.** Giá trị của $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^3 + n}{n^2}$ bằng:
- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. 0 D. 1
- Câu 11.** Giá trị của $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2-n}{\sqrt{n+1}}$ bằng:
- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. 0 D. 1
- Câu 12.** Giá trị của $A = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{n-2}$ bằng:
- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. 2 D. 1
- Câu 13.** Giá trị của $B = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+3}{n^2+1}$ bằng:
- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. 0 D. 1
- Câu 14.** Giá trị của $C = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2+1}}{n+1}$ bằng:
- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. 0 D. 1
- Câu 15.** Giá trị của $A = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n-2\sqrt{n}}{2n}$ bằng:
- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. $\frac{1}{2}$ D. 1

Dạng 2: Tìm Giới Hạn Dựa Vào Các Định Lý Và Các Giới Hạn Cơ Bản

- Câu 1.** Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{n}{4^n}$ và $\frac{u_{n+1}}{u_n} < \frac{1}{2}$. Chọn giá trị đúng của $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$ trong các số sau:
- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{2}$. C. 0. D. 1.
- Câu 2.** Kết quả đúng của $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(5 - \frac{n \cos 2n}{n^2 + 1} \right)$ là:
- A. 4. B. 5. C. -4. D. $\frac{1}{4}$.
- Câu 3.** Giá trị của $A = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{1-3n}$ bằng:

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. $-\frac{2}{3}$ D. 1

Câu 4. Giá trị của $B = \lim \frac{4n^2 + 3n + 1}{(3n - 1)^2}$ bằng:

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. $\frac{4}{9}$ D. 1

Câu 5. Kết quả đúng của $\lim \frac{-n^2 + 2n + 1}{\sqrt{3n^4 + 2}}$ là

- A. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$. B. $-\frac{2}{3}$. C. $-\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 6. Giới hạn dãy số (u_n) với $u_n = \frac{3n - n^4}{4n - 5}$ là:

- A. $-\infty$. B. $+\infty$. C. $\frac{3}{4}$. D. 0.

Câu 7. Chọn kết quả đúng của $\lim \frac{\sqrt{n^3 - 2n + 5}}{3 + 5n}$:

- A. 5. B. $\frac{2}{5}$. C. $-\infty$. D. $+\infty$.

Câu 8. Giá trị của $A = \lim \frac{2n^2 + 3n + 1}{3n^2 - n + 2}$ bằng:

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. $\frac{2}{3}$ D. 1

Câu 9. Giá trị của $B = \lim \frac{\sqrt{n^2 + 2n}}{n - \sqrt{3n^2 + 1}}$ bằng:

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. 0 D. $\frac{1}{1 - \sqrt{3}}$

Câu 10. Giá trị của $C = \lim \frac{(2n^2 + 1)^4 (n + 2)^9}{n^{17} + 1}$ bằng:

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. 16 D. 1

Câu 11. Giá trị của $D = \lim \frac{\sqrt{n^2 + 1} - \sqrt[3]{3n^3 + 2}}{\sqrt[4]{2n^4 + n + 2} - n}$ bằng:

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. $\frac{1 - \sqrt[3]{3}}{\sqrt[4]{2} - 1}$ D. 1

Câu 12. Giá trị của $C = \lim \frac{\sqrt[4]{3n^3 + 1} - n}{\sqrt{2n^4 + 3n + 1} + n}$ bằng:

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. 0 D. 1

Câu 13. Giá trị của $F = \lim \frac{(n - 2)^7 (2n + 1)^3}{(n^2 + 2)^5}$ bằng:

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. 8 D. 1

Câu 14. Giá trị của $C = \lim \frac{n^3 + 1}{n(2n + 1)^2}$ bằng:

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. $\frac{1}{4}$ D. 1

Câu 15. Giá trị của $D = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 - 3n^2 + 2}{n^4 + 4n^3 + 1}$ bằng:

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. 0 D. 1

Câu 16. Tìm $\lim u_n$ biết $u_n = \frac{n \cdot \sqrt{1+3+5+\dots+(2n-1)}}{2n^2+1}$

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. $\frac{1}{2}$ D. 1

Câu 17. Tìm $\lim u_n$ biết $f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{x-2} + 2x - 1 & \text{khi } x \neq 1 \\ 3m - 2 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. 2 D. $\frac{\sqrt[3]{6}}{\sqrt{2}}$

Câu 18. Tìm $\lim u_n$ biết $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x} & \text{khi } x > 0 \\ 2x^2 + 3m + 1 & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. 2 D. 1

Câu 19. Tìm $\lim u_n$ biết $f(x) = \begin{cases} \sqrt{2x-4} + 3 & \text{khi } x \geq 2 \\ \frac{x+1}{x^2 - 2mx + 3m + 2} & \text{khi } x < 2 \end{cases}$ trong đó $x \neq 1$.

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. $\frac{1}{3}$ D. 1

Câu 20. Cho dãy số có giới hạn (u_n) xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = \frac{1}{2-u_n}, n \geq 1 \end{cases}$. Tìm kết quả đúng của

$\lim u_n$.

- A. 0. B. 1. C. -1. D. $\frac{1}{2}$

B2. TỰ LUẬN

Bài 1. Tính giới hạn của các dãy số sau:

$$I_1 = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^3 - 7n + 1}{4n^3 - 3n^2 + 2} \quad I_2 = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^7 - 8n^6 + 3}{5n^8 + n^3 + 2n} \quad I_3 = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n + \sqrt{n^2 + 2n + 3}}{3 - \sqrt{2n^2 + 1}}$$

$$I_4 = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n + \sqrt{n^3 + 3n + 2}}{1 + n\sqrt{3n + 4}} \quad I_5 = \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + n + 3} - n) \quad I_6 = \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{3n^2 + 2n + 1} - n\sqrt{3})$$

Bài 2. Tính giới hạn của các dãy số sau:

$$I_7 = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 4 \cdot 3^n}{5 - 7 \cdot 3^n} \quad I_8 = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \cdot 2^n - 5 \cdot 7^n}{4^n + 3 \cdot 5^n} \quad I_9 = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^8 + 12n - 1}{n^2 + 5n^6 - 6n^8}$$

$$I_{10} = \lim \frac{3n^5 - 2n^4 + 7}{2n + 3 + 6n^6 - n^5}$$

$$I_{11} = \lim \frac{n\sqrt{n^2 + n + 1}}{3n^2 + 2n + 12}$$

$$I_{12} = \lim \frac{2 - \sqrt[3]{n^4 + 1}}{2n + 3}$$



CASESTUDY24H