

CHUYÊN ĐỀ 4. GIỚI HẠN HÀM SỐ

A. LÝ THUYẾT

Giới hạn hữu hạn	Giới hạn vô cực, giới hạn ở vô cực
<p>1. Giới hạn đặc biệt: $\lim_{x \rightarrow x_0} x = x_0$; $\lim_{x \rightarrow x_0} c = c$ (c: hằng số)</p> <p>2. Định lí: Nếu $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$ và $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = M$ thì: $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)] = L + M$ $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) - g(x)] = L - M$ $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)] = LM$ $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{L}{M}$ (nếu $M \neq 0$)</p> <p>Nếu $f(x) \geq 0$ và $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$ thì $L \geq 0$ và $\lim_{x \rightarrow x_0} \sqrt{f(x)} = \sqrt{L}$</p> <p>Nếu $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$ thì $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$</p> <p>3. Giới hạn một bên: $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L \Leftrightarrow$ $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L$</p>	<p>1. Giới hạn đặc biệt: $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^k = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^k = \begin{cases} +\infty & \text{if } k \text{ chẵn} \\ -\infty & \text{if } k \text{ lẻ} \end{cases}$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} c = c$; $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{c}{x^k} = 0$ $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{ x } = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{ x } = +\infty$</p> <p>2. Định lí: Nếu $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L \neq 0$ và $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = \pm\infty$ thì: $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)g(x) = \begin{cases} +\infty & \text{if } L \text{ và } \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) \text{ cùng dấu} \\ -\infty & \text{if } L \text{ và } \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) \text{ trái dấu} \end{cases}$ $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \begin{cases} 0 & \text{if } \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = \pm\infty \\ +\infty & \text{if } \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0 \text{ và } L \cdot g(x) > 0 \\ -\infty & \text{if } \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0 \text{ và } L \cdot g(x) < 0 \end{cases}$</p> <p>* Khi tính giới hạn có một trong các dạng vô định: $\frac{0}{0}$, $\frac{\infty}{\infty}$, $\infty - \infty$, $0 \cdot \infty$ thì phải tìm cách khử dạng vô định.</p>
<p>4. Giới hạn lượng giác: Ta sử dụng các công thức lượng giác biến đổi về các dạng sau: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} = 1$, suy ra $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\tan x} = 1$. $\lim_{x \rightarrow x_0} u(x) = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\sin u(x)}{u(x)} = 1$ và $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\tan u(x)}{u(x)} = 1$.</p>	

B. BÀI TẬP

B1. TRẮC NGHIỆM

Dạng 1: Tính Giới Hạn Bằng Định Nghĩa Hoặc Tại Một Điểm

Câu 1. Chọn kết quả đúng trong các kết quả sau của $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 2x^2 + 1}{2x^5 + 1}$ là:

- A. -2. B. $-\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{2}$. D. 2.

Câu 2. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{4x^3 - 1}{3x^2 + x + 2}$ bằng:

- A. $-\infty$. B. $-\frac{11}{4}$. C. $\frac{11}{4}$. D. $+\infty$.

Câu 3. Tìm giới hạn hàm số $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1}{x-2}$ bằng định nghĩa.

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. -2 D. 1

Câu 4. Tìm giới hạn hàm số $\lim_{x \rightarrow 2} (x^3 + 1)$ bằng định nghĩa.

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. 9 D. 1

Câu 5. Tìm giới hạn hàm số $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x-1}$ bằng định nghĩa.

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. -2 D. $\frac{1}{4}$

Câu 6. Tìm giới hạn hàm số $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+3}{x-2}$ bằng định nghĩa.

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. -2 D. 1

Câu 7. Tìm giới hạn hàm số $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 - x + 1}{x + 2}$ bằng định nghĩa.

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. -2 D. 1

Câu 8. Tìm giới hạn hàm số $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x+2}{2x-1}$ bằng định nghĩa.

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. 5 D. 1

Câu 9. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{\frac{4x^2 - 3x}{(2x-1)(x^3 - 2)}}$. Chọn kết quả đúng của $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$:

- A. $\frac{5}{9}$. B. $\frac{\sqrt{5}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{5}}{9}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{9}$.

Câu 10. Tìm giới hạn hàm số $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+4} - 2}{2x}$ bằng định nghĩa.

- A. $+\infty$ B. $\frac{1}{8}$ C. -2 D. 1

Câu 11. Tìm giới hạn hàm số $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{4x-3}{x-1}$ bằng định nghĩa.

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. -2 D. 1

Câu 12. Tìm giới hạn hàm số $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x-1}{x-2}$ bằng định nghĩa.

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. -2 D. 1

Câu 13. Tìm giới hạn hàm số $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 + x - 3}{x - 1}$ bằng định nghĩa.

- A. $+\infty$ B. 5 C. -2 D. 1

Câu 14. Tìm giới hạn hàm số $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+1}{(2-x)^4}$ bằng định nghĩa.

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. -2 D. 1

Câu 15. Tìm giới hạn hàm số $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2}{2x^2 + 1}$ bằng định nghĩa.

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. $\frac{3}{2}$ D. 1

Dạng 2: Tính Giới Hạn Dạng Vô Định $\frac{0}{0}$

Câu 1. Chọn kết quả đúng trong các kết quả sau của $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 2x + 1}{2x^3 + 2}$ là:

- A. $-\infty$. B. 0. C. $\frac{1}{2}$. D. $+\infty$.

Câu 2. Tìm giới hạn $A = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x^2 + 2}{x^2 - 4x + 3}$:

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. $\frac{3}{2}$ D. 1

Câu 3. Tìm giới hạn $B = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 5x^2 + 4}{x^3 - 8}$:

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. $-\frac{1}{6}$ D. 1

Câu 4. Tìm giới hạn $C = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+3x)^3 - (1-4x)^4}{x}$:

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. $-\frac{1}{6}$ D. 25

Câu 5. Cho hàm số $f(x) = \frac{x-3}{\sqrt{x^2-9}}$. Giá trị đúng của $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$ là:

- A. $-\infty$. B. 0. C. $\sqrt{6}$. D. $+\infty$.

Câu 6. Tìm giới hạn $D = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)(1+2x)(1+3x)-1}{x}$:

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. $-\frac{1}{6}$ D. 6

Câu 7. Tìm giới hạn $A = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^n - 1}{x^m - 1}$ ($m, n \in \mathbb{N}^*$) :

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. $\frac{n}{m}$ D. $m-n$

Câu 8. Tìm giới hạn $B = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[n]{1+ax} - 1}{x}$ ($n \in \mathbb{N}^*, a \neq 0$) :

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. $\frac{a}{n}$ D. $1 - \frac{n}{a}$

Câu 8. Tìm giới hạn $A = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[n]{1+ax} - 1}{\sqrt[m]{1+bx} - 1}$ với $ab \neq 0$:

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. $\frac{am}{bn}$ D. $1 + \frac{am}{bn}$

Câu 9. Tìm giới hạn $B = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+\alpha x} \sqrt[3]{1+\beta x} \sqrt[4]{1+\gamma x} - 1}{x}$ với $\alpha\beta\gamma \neq 0$. :

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. $B = \frac{\gamma}{4} - \frac{\beta}{3} + \frac{\alpha}{2}$ D.

$$B = \frac{\gamma}{4} + \frac{\beta}{3} + \frac{\alpha}{2}$$

Câu 10. Tìm giới hạn $A = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 5x + 2}{x^3 - 3x - 2}$:

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. $\frac{1}{3}$ D. 1

Câu 11. Tìm giới hạn $B = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 3x + 2}{x^3 + 2x - 3}$:

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. $\frac{1}{5}$ D. 1

Câu 12. Tìm giới hạn $C = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x+3} - x}{x^2 - 4x + 3}$:

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. $-\frac{1}{3}$ D. 1

Câu 13. Tìm giới hạn $D = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x+1} - 1}{\sqrt[4]{2x+1} - 1}$:

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. $\frac{2}{3}$ D. 1

Câu 14. Tìm giới hạn $E = \lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt[3]{4x-1} - \sqrt{x+2}}{\sqrt[4]{2x+2} - 2}$:

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. $\frac{-8}{27}$ D. 1

Câu 15. Tìm giới hạn $F = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{(2x+1)(3x+1)(4x+1)} - 1}{x}$:

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. $\frac{9}{2}$ D. 1

Dạng 3: Tính Giới Hạn Dạng Vô Định $\frac{\infty}{\infty}$

Câu 1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5}{3x+2}$ bằng:

- A. 0. B. 1. C. $\frac{5}{3}$. D. $+\infty$.

Câu 2. Giá trị đúng của $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4 + 7}{x^4 + 1}$ là:

- A. -1. B. 1.. C. 7.. D. $+\infty$.

Câu 3. Tìm giới hạn $C = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - \sqrt{3x^2 + 2}}{5x + \sqrt{x^2 + 1}}$:

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. $\frac{2 - \sqrt{3}}{6}$ D. 0

Câu 4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 1}{3 - x^2}$ bằng:

- A. -2 . B. $-\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{3}$. D. 2 .

Câu 5. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{\frac{x^2+1}{2x^4+x^2-3}}$. Chọn kết quả đúng của $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$:

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. 0 . D. $+\infty$.

Câu 6. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1+3x}{\sqrt{2x^2+3}}$ bằng:

- A. $-\frac{3\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. D. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 7. Tìm giới hạn $D = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[3]{1+x^4+x^6}}{\sqrt{1+x^3+x^4}}$:

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. $\frac{4}{3}$ D. 1

Câu 8. Cho hàm số $f(x) = (x+2)\sqrt{\frac{x-1}{x^4+x^2+1}}$. Chọn kết quả đúng của $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$:

- A. 0 . B. $\frac{1}{2}$. C. 1 . D. Không tồn tại.

Câu 9. $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x^2-x+3}}{2|x|-1}$ bằng:

- A. 3 . B. $\frac{1}{2}$. C. 1 . D. $+\infty$.

Câu 10. Chọn kết quả đúng trong các kết quả sau của $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4+8x}{x^3+2x^2+x+2}$ là:

- A. $-\frac{21}{5}$. B. $\frac{21}{5}$. C. $-\frac{24}{5}$. D. $\frac{24}{5}$.

Câu 12. Tìm giới hạn $E = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2-x+1}-x)$:

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. $-\frac{1}{2}$ D. 0

Câu 13. Tìm giới hạn $F = \lim_{x \rightarrow -\infty} x(\sqrt{4x^2+1}-x)$:

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. $\frac{4}{3}$ D. 0

Câu 14. Chọn kết quả đúng trong các kết quả sau của $\lim_{x \rightarrow -\infty} (4x^5-3x^3+x+1)$ là:

- A. $-\infty$. B. 0 . C. 4 . D. $+\infty$.

Câu 15. Chọn kết quả đúng trong các kết quả sau của $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^4-x^3+x^2-x}$ là:

- A. $-\infty$. B. 0 . C. 1 . D. $+\infty$.

Dạng 4: Giới Hạn Một Bên Và Các Dạng Vô Định Khác

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. $\frac{1}{4}$ D. 0

Câu 13. Tìm giới hạn $E = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt[4]{16x^4 + 3x + 1} - \sqrt{4x^2 + 2})$:

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. $\frac{1}{4}$ D. 0

Câu 14. Tìm giới hạn $F = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x - \sqrt[3]{1 - x^3})$:

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. $\frac{1}{4}$ D. 0

Dạng 5 : Giới Hạn Lượng Giác

Câu 1. Tìm giới hạn $A = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos ax}{x^2}$:

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. $\frac{a}{2}$ D. 0

Câu 2. Tìm giới hạn $A = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \sin mx - \cos mx}{1 + \sin nx - \cos nx}$:

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. $\frac{m}{n}$ D. 0

Câu 3. Tìm giới hạn $B = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x \cdot \cos 2x \cdot \cos 3x}{x^2}$:

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. 3 D. 0

Câu 4. Tìm giới hạn $A = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{2 \sin \frac{3x}{2}}$:

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. 1 D. 0

Câu 5. Tìm giới hạn $B = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - \cos 3x}{x(\sin 3x - \sin 4x)}$:

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. $\frac{5}{2}$ D. 0

Câu 6. Tìm giới hạn $C = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^2 2x}{1 - \sqrt[3]{\cos 2x}}$:

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. 6 D. 0

Câu 7. Tìm giới hạn $D = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\sqrt{1 + x \sin 3x} - \cos 2x}$:

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. $\frac{7}{2}$ D. 0

Câu 8. Tìm giới hạn $A = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(\pi x^m)}{\sin(\pi x^n)}$:

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. $\frac{n}{m}$ D. 0

Câu 9. Tìm giới hạn $B = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\frac{\pi}{2} - x) \tan x$:

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. $\frac{5}{2}$ D. 1

Câu 10. Tìm giới hạn $C = \lim_{x \rightarrow 0} x^\alpha \sin \frac{1}{x}$ ($\alpha > 0$) :

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. $\frac{5}{2}$ D. 0

Câu 11. Tìm giới hạn $D = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sin \sqrt{x+1} - \sin \sqrt{x})$:

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. $\frac{5}{2}$ D. 0

Câu 12. Tìm giới hạn $A = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - \cos 4x}{\cos 5x - \cos 6x}$:

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. $\frac{7}{11}$ D. 0

Câu 13. Tìm giới hạn $B = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt[3]{1 + 2 \sin 2x}}{\sin 3x}$:

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. $-\frac{4}{9}$ D. 0

Câu 14. Tìm giới hạn $C = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 2x}{\sqrt[3]{\cos x} - \sqrt[4]{\cos x}}$:

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. -96 D. 0

Câu 15. Tìm giới hạn $D = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^4 2x}{\sin^4 3x}$:

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. $\frac{16}{81}$ D. 0

B2. TỰ LUẬN

Bài 1. Tính giới hạn của hàm số theo định nghĩa để chứng minh:

$$I_1 = \lim_{x \rightarrow 2} (2x + 3) = 7 \qquad I_2 = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+1}{2(x-1)} = 1 \qquad I_3 = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1} = -1$$

Bài 2. Tính giới hạn của các hàm số sau

$$I_1 = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2} \qquad I_2 = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 3x + 2} \qquad I_3 = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 5x}{x^2 - 25}$$

$$I_4 = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{-2x^2 + 6x - 4} \qquad I_5 = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^4 - 4x + 3} \qquad I_6 = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 - x + 1}{-x^2 + 3x - 2}$$

$$I_7 = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 + x - 6}{x^3 + 8} \qquad I_8 = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^4 - x^2 - 72}{x^2 - 2x - 3} \qquad I_9 = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^5 + 1}{x^3 + 1}$$

$$I_{10} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 5x^2 + 3x + 9}{x^4 - 8x^2 - 9} \qquad I_{11} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^4 + 8x^3 + 7x^2 - 4x - 4}{3x^3 + 14x^2 + 20x + 8}$$

$$I_{12} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 - 3x^2 - 9x + 2}{x^3 - x + 6} \qquad I_{13} = \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2}{x^2 - 1} - \frac{1}{x - 1} \right) \qquad I_{14} = \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1 - x} - \frac{3}{1 - x^3} \right)$$

$$I_{15} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 5x^5 + 4x^6}{(1-x)^2}$$

$$I_{16} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^3 - x^3}{h}$$

$$I_{17} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - (a+1)x + a}{x^3 - a^3}$$

$$I_{18} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{x^4 - a^4}{x - a}$$

$$I_{19} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2(x+h)^3 - 2x^3}{h}$$

$$I_{20} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{1992} + x - 2}{x^{1990} + x - 2}$$

$$I_{21} = \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x+2}{x^2 - 5x + 4} + \frac{x-4}{3(x^2 - 3x + 2)} \right)$$

Bài 3. Tính giới hạn của các hàm số sau

$$A = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x^2 + x - 18}{x^3 - 8}$$

$$B = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 + x - 30}{2x^2 - 9x - 5}$$

$$C = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$$

$$D = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{4x^2 - 1}{4x^3 + 2x^2 - 1}$$

$$E = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 + 2x - 3}$$

$$F = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{2x^2 - 5x + 2}{4x^2 - 1}$$

$$G = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 + 3x + 1}{-x^2 + 4x + 5}$$

$$H = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^4 - 16}{x^2 + 2x}$$

$$I = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - x}$$

$$J = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{x^2 - 4x + 3}$$

$$K = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-x^3 + 6x^2 - 12x + 8}{x^2 - 4x + 4}$$

$$L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{-x^2 - 5x + 6}$$

$$M = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{8x^3 - 64}{x^2 - 5x + 6}$$

$$N = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + 2x^2 - 6x - 4}{8 - x^3}$$

$$O = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + x^2 - 5x - 2}{x^2 - 3x + 2}$$

$$P = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 4x^2 + 6x + 3}{x^2 - x - 2}$$

$$Q = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^2 - 2x + 1}$$

Bài 4. Tính giới hạn của các hàm số sau

$$I_1 = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x^2+x+1}}{x}$$

$$I_2 = \lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x-3} - 2}{49 - x^2}$$

$$I_3 = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 - \sqrt{x+2}}{x^2 - 3x + 2}$$

$$I_4 = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{4x+1} - 3}{x^2 - 4}$$

$$I_5 = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x+7} - 3}{x^3 - 4x^2 + 3}$$

$$I_6 = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x+5} - \sqrt{2x+1}}{x-4}$$

$$I_7 = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - \sqrt{x^2+3}}{-x^2 + 3x - 2}$$

$$I_8 = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{x+2}}{x^3 - 8}$$

$$I_9 = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x - 2 - \sqrt{4x^2 - x - 2}}{x^2 - 3x + 2}$$

$$I_{10} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{3 - \sqrt{5+x}}{1 - \sqrt{5-x}}$$

$$I_{11} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3 - \sqrt{8+x}}{2x - \sqrt{5-x}}$$

$$I_{12} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{x+2}}{\sqrt{4x+1} - 3}$$

$$I_{13} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[4]{x} - 1}{x^3 + x^2 - 2}$$

$$I_{14} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt[3]{1-x}}{2x + x^2}$$

$$I_{15} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[3]{x+1}}{2x^2 + 5x + 3}$$

$$I_{16} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt[3]{2x+12} + x}{x^2 + 2x}$$

$$I_{17} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x+7} - 2}{\sqrt{x} - 1}$$

$$I_{18} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{\sqrt[3]{x+1} - 1}$$

$$I_{19} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x+7} - 2}{\sqrt{x} - 1}$$

$$I_{20} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt[4]{x} - 1}$$

Bài 5. Tính giới hạn của các hàm số sau

$$A = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} + \sqrt{x+4} - 3}{x}$$

$$B = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+9} + \sqrt{x+16} - 7}{x}$$

$$C = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x+1} + \sqrt{x+4} - 3}{x}$$

$$D = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt[3]{x+1}}{x}$$

$$E = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt[3]{3x+5}}{x^2 - 1}$$

$$F = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{8x+11} - \sqrt{x+7}}{x^2 - 3x + 2}$$

Bài 6. Tìm các giới hạn sau

$$A = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+1}{x-1}$$

$$B = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2+1}{1-3x-5x^2}$$

$$C = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\sqrt{x}+1}{x^2+x+1}$$

$$D = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x(2x^2-1)}{(5x-1)(x^2+2x)}$$

$$E = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x^3-2x+2}{-2x^3+2x^2-1}$$

$$F = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x^3-2x^2-1}{4x^4+3x-2}$$

$$G = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^3-2x^2-2}{3x^2-x-1}$$

$$H = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^4-3x^2+1}{-x^3+2x-2}$$

$$I = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{(x-1)^2(7x+2)^2}{(2x+1)^4}$$

$$J = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{(2x-3)^2(4x+7)^3}{(3x-4)^2(5x^2-1)}$$

$$K = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4x^2+1}}{3x-1}$$

$$L = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2-3x+2x}}{3x-1}$$

$$M = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2-3x+2x}}{3x-1}$$

$$N = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\sqrt{x^2+x+2}+3x+1}{\sqrt{4x^2+1}+1-x}$$

$$O = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\sqrt{4x^2-2x+1}+2-x}{\sqrt{9x^2-3x+2x}}$$

$$P = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\sqrt{x^2+2x+3}+4x+1}{\sqrt{4x^2+1}+2-x}$$

$$Q = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\sqrt{x+3}}{x^2+1}$$

$$R = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[3]{x^3+2x^2+x}}{2x-2}$$

Bài 7. Tính các giới hạn sau

$$I_1 = \lim_{x \rightarrow +\infty} (2x^3 - 3x)$$

$$I_2 = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (2x^3 - 3x)$$

$$I_3 = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \sqrt{x^2 - 3x + 4}$$

$$I_4 = \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + x} - x)$$

$$I_5 = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x} - x)$$

$$I_6 = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 3x + 2} - x)$$

$$I_7 = \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - 3x + 2} - x)$$

$$I_8 = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (\sqrt{x^2 - 2x + 4} - x)$$

$$I_9 = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+2} - \sqrt{x-2})$$

$$I_{10} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (\sqrt{x^2 - 4x + 3} - \sqrt{x^2 - 3x + 2})$$

$$I_{11} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} x(\sqrt{x^2 + 5} + x)$$

$$I_{12} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (2x - 1 - \sqrt{4x^2 - 4x - 3})$$

$$I_{13} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (3x + 2 - \sqrt{9x^2 + 12x - 3})$$

$$I_{14} = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 3x + 2} + x - 2)$$

$$I_{15} = \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - 3x + 2} + x - 2)$$

$$I_{16} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (\sqrt{x^2 - 3x + 2} + x - 1)$$

$$I_{17} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (\sqrt{x^2 - 3x + 1} - x + 3)$$

$$I_{18} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (\sqrt{4x^2 - x + 3} - 2x + 1)$$

$$I_{19} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (\sqrt[3]{x^3 + x^2} - x)$$

$$I_{20} = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt[3]{x^3 - 1})$$

$$I_{21} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (\sqrt[3]{x^3 + 2x - 1} - \sqrt{x^2 - 3x})$$

CASESTUDY24H

