

PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG

A – LÝ THUYẾT

I. Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng

Vectơ $\vec{n} \neq \vec{0}$ là vectơ pháp tuyến (VTPT) nếu giá của \vec{n} vuông góc với mặt phẳng (α) .

Chú ý:

- ✓ Nếu \vec{n} là một VTPT của mặt phẳng (α) thì $k\vec{n}$ ($k \neq 0$) cũng là một VTPT của mặt phẳng.
- ✓ Một mặt phẳng được xác định duy nhất nếu biết một điểm nó đi qua và một VTPT của nó.
- ✓ Nếu \vec{u}, \vec{v} có giá song song hoặc nằm trên mặt phẳng (α) thì $\vec{n} = [\vec{u}, \vec{v}]$ là một VTPT của (α) .

II. Phương trình tổng quát của mặt phẳng

Trong không gian $Oxyz$, mọi mặt phẳng đều có dạng phương trình:

$$Ax + By + Cz + D = 0 \quad \text{với } A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$$

$$\text{hoặc } A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$$

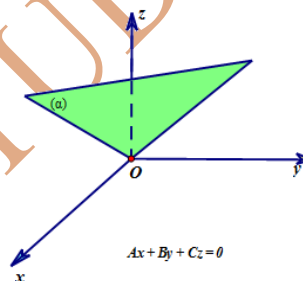
Trong đó:

- VTPT là $\vec{n}(A; B; C)$.
- Mặt phẳng đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$

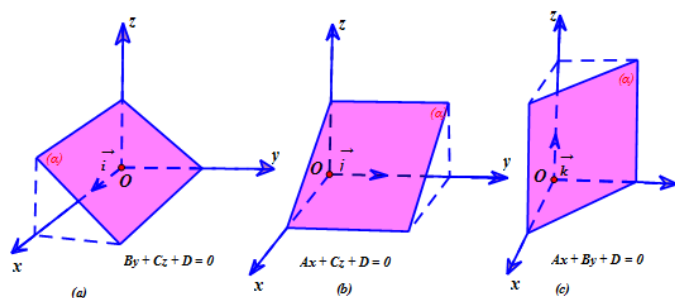
Các trường hợp riêng:

Xét phương trình mặt phẳng $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$ với $A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$

- ✓ Nếu $D = 0$ thì mặt phẳng (α) đi qua gốc tọa độ O .

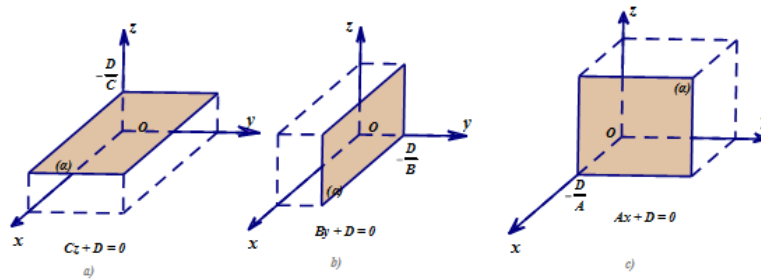


- ✓ Nếu $A = 0, B \neq 0, C \neq 0$ thì mặt phẳng (α) song song hoặc chứa trục Ox .
- ✓ Nếu $A \neq 0, B = 0, C \neq 0$ thì mặt phẳng (α) song song hoặc chứa trục Oy .
- ✓ Nếu $A \neq 0, B \neq 0, C = 0$ thì mặt phẳng (α) song song hoặc chứa trục Oz .



- ✓ Nếu $A = B = 0, C \neq 0$ thì mặt phẳng (α) song song hoặc trùng với (Oxy) .
- ✓ Nếu $A = C = 0, B \neq 0$ thì mặt phẳng (α) song song hoặc trùng với (Oxz) .

- ✓ Nếu $B = C = 0, A \neq 0$ thì mặt phẳng (α) song song hoặc trùng với (Oyz) .



Chú ý:

- ✓ Nếu trong phương trình (α) không chứa ẩn nào thì (α) song song hoặc chứa trục tương ứng.
- ✓ Phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn $(\alpha): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$. Ở đây (α) cắt các trục tọa độ tại các điểm $(a; 0; 0), (0; b; 0), (0; 0; c)$ với $abc \neq 0$.

III. Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng.

Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và mặt phẳng $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$. Khi đó khoảng cách từ điểm M_0 đến mặt phẳng (α) được tính:

$$d(M_0, (\alpha)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

IV. Góc giữa hai mặt phẳng

Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng:

$$(\alpha): A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0 \text{ và } (\beta): A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0.$$

Góc giữa (α) và (β) bằng hoặc bù với góc giữa hai VTPT $\vec{n}_\alpha, \vec{n}_\beta$. Tức là:

$$\cos((\alpha), (\beta)) = \left| \cos(\vec{n}_\alpha, \vec{n}_\beta) \right| = \frac{|\vec{n}_\alpha \cdot \vec{n}_\beta|}{|\vec{n}_\alpha| \cdot |\vec{n}_\beta|} = \frac{|A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2|}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$$

V. Một số dạng bài tập về viết phương trình mặt phẳng

Dạng 1: Viết phương trình mặt phẳng khi biết một điểm và vectơ pháp tuyến của nó.

⇒ Áp dụng cách viết phương trình mặt phẳng đi qua 1 điểm và có 1 VTPT.

Dạng 2: Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua 1 điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và song song với 1 mặt phẳng $(\beta): Ax + By + Cz + D = 0$ cho trước.

Phương pháp:

Cách 1: Thực hiện theo các bước sau:

1. VTPT của (β) là $\vec{n}_\beta = (A; B; C)$.
2. $(\alpha) // (\beta)$ nên VTPT của mặt phẳng (α) là $\vec{n}_\alpha = \vec{n}_\beta = (A; B; C)$.
3. Phương trình mặt phẳng $(\alpha): A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$.

Cách 2:

- Mặt phẳng $(\alpha) // (\beta)$ nên phương trình (P) có dạng: $Ax + By + Cz + D' = 0 (*)$, với $D' \neq D$.
- Vì (P) qua 1 điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ nên thay tọa độ $M_0(x_0; y_0; z_0)$ vào $(*)$ tìm được D' .

Dạng 3: Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua 3 điểm A, B, C không thẳng hàng.

Phương pháp:

- Tìm tọa độ các vectơ: $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$.
- Vectơ pháp tuyến của (α) là: $\vec{n}_\alpha = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$.
- Điểm thuộc mặt phẳng: A (hoặc B hoặc C).
- Viết phương trình mặt phẳng qua 1 điểm và có VTPT \vec{n}_α .

Dạng 4: Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm M và vuông góc với đường thẳng Δ

Phương pháp :

- Tìm VTCP của Δ là \vec{u}_Δ .
- Vì $(\alpha) \perp \Delta$ nên (α) có VTPT $\vec{n}_\alpha = \vec{u}_\Delta$.
- Áp dụng cách viết phương trình mặt phẳng đi qua 1 điểm và có 1 VTPT \vec{n}_α .

Dạng 5: Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa đường thẳng Δ , vuông góc với mặt phẳng (β) .

Phương pháp:

- Tìm VTPT của (β) là \vec{n}_β .
- Tìm VTCP của Δ là \vec{u}_Δ .
- VTPT của mặt phẳng (α) là: $\vec{n}_\alpha = [\vec{n}_\beta; \vec{u}_\Delta]$.
- Lấy một điểm M trên Δ .
- Áp dụng cách viết phương trình mặt phẳng đi qua 1 điểm và có 1 VTPT.

Dạng 6: Viết phương trình mặt phẳng (α) qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (β) .

Phương pháp:

- Tìm VTPT của (β) là \vec{n}_β .
- Tìm tọa độ vectơ \overrightarrow{AB} .
- VTPT của mặt phẳng (α) là: $\vec{n}_\alpha = [\vec{n}_\beta; \overrightarrow{AB}]$.
- Áp dụng cách viết phương trình mặt phẳng đi qua 1 điểm và có 1 VTPT.

Dạng 7: Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa đường thẳng Δ và song song với Δ' (Δ, Δ' chéo nhau).

Phương pháp:

- Tìm VTCP của Δ và Δ' là \vec{u}_Δ và $\vec{u}_{\Delta'}$.
- VTPT của mặt phẳng (α) là: $\vec{n}_\alpha = [\vec{u}_\Delta; \vec{u}_{\Delta'}]$.
- Lấy một điểm M trên Δ .

4. Áp dụng cách viết phương trình mặt phẳng đi qua 1 điểm và có 1 VTPT.

Dạng 8: Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa đường thẳng Δ và 1 điểm M .

Phương pháp:

1. Tìm VTCP của Δ là \vec{u}_Δ , lấy 1 điểm N trên Δ . Tính tọa độ \vec{MN} .

2. VTPT của mặt phẳng (α) là: $\vec{n}_\alpha = [\vec{u}_\Delta; \vec{MN}]$.

3. Áp dụng cách viết phương trình mặt phẳng đi qua 1 điểm và có 1 VTPT.

Dạng 9: Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa 2 đường thẳng cắt nhau Δ và Δ' .

Phương pháp:

1. Tìm VTCP của Δ và Δ' là \vec{u}_Δ và $\vec{u}_{\Delta'}$.

2. VTPT của mặt phẳng (α) là: $\vec{n}_\alpha = [\vec{u}_\Delta; \vec{u}_{\Delta'}]$.

3. Lấy một điểm M trên Δ .

4. Áp dụng cách viết phương trình mặt phẳng đi qua 1 điểm và có 1 VTPT.

Dạng 10: Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa 2 đường thẳng song song Δ và Δ' .

Phương pháp:

1. Tìm VTCP của Δ và Δ' là \vec{u}_Δ và $\vec{u}_{\Delta'}$, lấy $M \in \Delta, N \in \Delta'$.

2. VTPT của mặt phẳng (α) là: $\vec{n}_\alpha = [\vec{u}_\Delta; \vec{MN}]$.

3. Áp dụng cách viết phương trình mặt phẳng đi qua 1 điểm và có 1 VTPT.

Dạng 11: Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua một điểm M và song song với hai đường thẳng Δ và Δ' chéo nhau cho trước.

Phương pháp:

1. Tìm VTCP của Δ và Δ' là \vec{u}_Δ và $\vec{u}_{\Delta'}$.

2. VTPT của mặt phẳng (α) là: $\vec{n}_\alpha = [\vec{u}_\Delta; \vec{u}_{\Delta'}]$.

3. Áp dụng cách viết phương trình mặt phẳng đi qua 1 điểm và có 1 VTPT.

Dạng 12: Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua một điểm M và vuông góc với hai mặt phẳng $(P), (Q)$ cho trước.

Phương pháp:

1. Tìm VTPT của (P) và (Q) là \vec{n}_P và \vec{n}_Q .

2. VTPT của mặt phẳng (α) là: $\vec{n}_\alpha = [\vec{n}_P; \vec{n}_Q]$.

3. Áp dụng cách viết phương trình mặt phẳng đi qua 1 điểm và có 1 VTPT.

Dạng 13: Viết phương trình mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng (β) và cách $(\beta): Ax + By + Cz + D = 0$ một khoảng k cho trước.

Phương pháp giải

1. Trên mặt phẳng (β) chọn 1 điểm M .

- Do $(\alpha) // (\beta)$ nên (α) có phương trình $Ax + By + Cz + D' = 0$ ($D' \neq D$).
- Sử dụng công thức khoảng cách $d((\alpha), (\beta)) = d(M, (\beta)) = k$ để tìm D' .

Dạng 14: Viết phương trình mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng $(\beta): Ax + By + Cz + D = 0$ cho trước và cách điểm M một khoảng k cho trước.

Phương pháp:

- Do $(\alpha) // (\beta)$ nên (α) có phương trình $Ax + By + Cz + D' = 0$ ($D' \neq D$).
- Sử dụng công thức khoảng cách $d(M, (\alpha)) = k$ để tìm D' .

Dạng 15: Viết phương trình mặt phẳng (α) tiếp xúc với mặt cầu (S) .

Phương pháp:

- Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính của mặt cầu (S) .
- Nếu mặt phẳng (α) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại $M \in (S)$ thì mặt phẳng (α) đi qua điểm M và có VTPT là \overrightarrow{MI} .
- Khi bài toán không cho tiếp điểm thì ta phải sử dụng các dữ kiện của bài toán tìm được VTPT của mặt phẳng và viết phương trình mặt phẳng có dạng: $Ax + By + Cz + D = 0$ (D chưa biết).
Sử dụng điều kiện tiếp xúc: $d(I, (\alpha)) = R$ để tìm D .

Dạng 16: Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa một đường thẳng Δ và tạo với một mặt phẳng $(\beta): Ax + By + Cz + D = 0$ cho trước một góc φ cho trước.

Phương pháp:

- Tìm VTPT của (β) là $\overrightarrow{n_\beta}$.
- Gọi $\overrightarrow{n_\alpha}(A'; B'; C')$.
- Dùng phương pháp vô định giải hệ:
$$\begin{cases} (\overrightarrow{n_\alpha}; \overrightarrow{n_\beta}) = \varphi \\ \overrightarrow{n_\alpha} \perp \overrightarrow{u_\Delta} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{n_\alpha}$$

Áp dụng cách viết phương trình mặt phẳng đi qua 1 điểm và có 1 VTPT.

B – BÀI TẬP

B1. TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Trong không gian Oxyz véc tơ nào sau đây là véc tơ pháp tuyến của mp(P): $4x - 3y + 1 = 0$

- A. (4; -3; 0) B. (4; -3; 1) C. (4; -3; -1) D. (-3; 4; 0)

Câu 2: Trong không gian Oxyz mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(-1; 2; 0)$ và có VTPT $\vec{n} = (4; 0; -5)$ có phương trình là:

- A. $4x - 5y - 4 = 0$ B. $4x - 5z - 4 = 0$ C. $4x - 5y + 4 = 0$ D. $4x - 5z + 4 = 0$

Câu 3: Mặt phẳng (P) đi qua $A(0; -1; 4)$ và có cặp vtcp $\vec{u} = (3; 2; 1), \vec{v} = (-3; 0; 1)$ là:

- A. $x - 2y + 3z - 14 = 0$ B. $x - y - z + 3 = 0$ C. $x - 3y + 3z - 15 = 0$ D. $x + 3y + 3z - 9 = 0$

Câu 4: Mặt phẳng (α) đi qua $M(0; 0; -1)$ và song song với giá của hai vectơ $\vec{a}(1; -2; 3)$ và $\vec{b}(3; 0; 5)$.

Phương trình của mặt phẳng (α) là:

A. $5x - 2y - 3z - 21 = 0$

C. $10x - 4y - 6z + 21 = 0$

B. $5x + 2y + 3z + 3 = 0$

D. $5x - 2y - 3z + 21 = 0$

Câu 5: Trong không gian Oxyz cho mp(P): $3x - y + z - 1 = 0$. Trong các điểm sau đây điểm nào thuộc (P)

A. $A(1; -2; -4)$

B. $B(1; -2; 4)$

C. $C(1; 2; -4)$

D. $D(-1; -2; -4)$

Câu 6: Cho hai điểm $M(1; -2; -4)$ và $M'(5; -4; 2)$. Biết M' là hình chiếu vuông góc của M lên mp (α) . Khi đó, mp (α) có phương trình là

A. $2x - y + 3z + 20 = 0$

C. $2x - y + 3z - 20 = 0$

B. $2x + y - 3z - 20 = 0$

D. $2x + y - 3z + 20 = 0$

Câu 7: Trong không gian Oxyz mp(P) đi qua ba điểm $A(4; 0; 0)$, $B(0; -1; 0)$, $C(0; 0; -2)$ có phương trình là:

A. $x - 4y - 2z - 4 = 0$

C. $x - 4y - 2z - 2 = 0$

B. $x - 4y + 2z - 4 = 0$

D. $x + 4y - 2z - 4 = 0$

Câu 8: Trong không gian Oxyz, gọi (P) là mặt phẳng cắt ba trục tọa độ tại ba điểm $A(8, 0, 0); B(0, -2, 0); C(0, 0, 4)$. Phương trình của mặt phẳng (P) là:

A. $\frac{x}{4} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$

C. $x - 4y + 2z - 8 = 0$

B. $\frac{x}{8} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{4} = 0$

D. $x - 4y + 2z = 0$

Câu 9: Trong hệ tọa độ Oxyz, mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(2; -1; 4)$ và chắn trên nửa trục dương Oz gấp đôi đoạn chắn trên nửa trục Ox, Oy có phương trình là:

A. $x + y + 2z + 6 = 0$

C. $2x + 2y + z + 6 = 0$

B. $x + y + 2z - 6 = 0$

D. $2x + 2y + z - 6 = 0$

Câu 10: Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng (P): $2x - 3y + 4z = 2016$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

A. $\vec{n} = (-2; -3; 4)$

B. $\vec{n} = (-2; 3; 4)$

C. $\vec{n} = (-2; 3; -4)$

D. $\vec{n} = (2; 3; -4)$

Câu 11: Phương trình tổng quát của mặt phẳng qua điểm $M(3; 0; -1)$ và vuông góc với hai mặt phẳng $x + 2y - z + 1 = 0$ và $2x - y + z - 2 = 0$ là:

A. $x - 3y - 5z - 8 = 0$

C. $x + 3y - 5z + 8 = 0$

B. $x - 3y + 5z - 8 = 0$

D. $x + 3y + 5z + 8 = 0$

Câu 12: Cho hai đường thẳng $(D_1): \begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 1 + t \\ z = -2 - t \end{cases}; (D_2): \begin{cases} x = m - 3 \\ y = 2 + 2m \\ z = 1 - 4m \end{cases}; t, m \in \mathbb{R}$

Viết phương trình tổng quát của mặt phẳng (P) qua (D_1) và song song với (D_2)

A. $x+7y+5z-20=0$

B. $2x+9y+5z-5=0$

C. $x-7y-5z=0$

D. $x-7y+5z+20=0$

Câu 13: Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 2 = 0$ và mặt phẳng $(\alpha): 4x + 3y - 12z + 10 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng tiếp xúc với (S) và song song (α) .

A. $4x+3y-12z+78=0$

B. $\begin{cases} 4x+3y-12z+26=0 \\ 4x+3y-12z-78=0 \end{cases}$

C. $4x+3y-12z-26=0$

D. $\begin{cases} 4x+3y-12z-26=0 \\ 4x+3y-12z+78=0 \end{cases}$

Câu 14: Viết phương trình mặt phẳng qua $M(1;-1;2), N(3;1;4)$ và song song với trục Ox.

A. $3x+4y+4z-7=0$

B. $y+z=0$

C. $4x-z+1=0$

D. $y-z+3=0$

Câu 15: Xác định m để đường thẳng $d: \frac{x-13}{8} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-4}{3}$ cắt mặt phẳng $(P): mx+2y-4z+1=0$.

A. $m \neq 0$

B. $m \neq 1$

C. $m = 0$

D. $m = 1$

Câu 16: Viết phương trình mặt phẳng đi qua 3 điểm $A(1;-3;0), B(-2;9;7), C(0;0;1)$

A. $9x-4y-9z+7=0$

B. $9x+4y-3z+3=0$

C. $9x+4y-9z-9=0$

D. $-9x-4y+9z+9=0$

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-3}{2} = \frac{z}{1}$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z + 2 = 0$. Lập phương trình mặt phẳng (P) song song với d và trục Ox, đồng thời tiếp xúc với mặt cầu (S).

A. $\begin{cases} 2y-z+2+3\sqrt{5}=0 \\ 2y-z+2-3\sqrt{5}=0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} y-2z+3+2\sqrt{5}=0 \\ y-2z+3-2\sqrt{5}=0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} 3y+z+1+5\sqrt{3}=0 \\ 3y+z+1-5\sqrt{3}=0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} 4y-z+5+\sqrt{6}=0 \\ 4y-z+5-\sqrt{6}=0 \end{cases}$

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, mặt phẳng (P) cắt ba trục Ox, Oy, Oz tại A, B, C trực tâm tam giác ABC là $H(1;2;3)$. Phương trình mặt phẳng (P) là:

A. $x+2y+3z-14=0$

B. $x+2y+3z+14=0$

C. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$

D. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 0$

Câu 19: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z}{4}$ và điểm $M(0;-2;0)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm M, song song với đường thẳng Δ , đồng thời khoảng cách d giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) bằng 4.

A. $4x - 8y + z - 16 = 0, 2x + 2y - z + 4 = 0$

B. $4x - 8y + z - 16 = 0, 2x + 2y - z + 4 = 0$

C. $4x - 8y + z - 16 = 0, 2x + 2y - z + 4 = 0$

D. $4x - 8y + z - 16 = 0, 2x + 2y - z + 4 = 0$

Câu 20: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;-1)$, $B(1;1;2)$, $C(-1;2;-2)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua A, vuông góc với mặt phẳng (P) , cắt đường thẳng BC tại I sao cho $IB = 2IC$.

A. $2x - y - 2z - 3 = 0, 2x + 3y + 2z - 3 = 0$

B. $2x - y - 2z - 3 = 0, 2x + 3y + 2z - 3 = 0$

C. $2x - y - 2z - 3 = 0, 2x + 3y + 2z - 3 = 0$

D. $2x - y - 2z - 3 = 0, 2x + 3y + 2z - 3 = 0$

Câu 21: Cho điểm $M(-3; 2; 4)$, gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu của M trên Ox, Oy, Oz. Mặt phẳng song song với mp(ABC) có phương trình là:

A. $4x - 6y - 3z + 12 = 0$

B. $3x - 6y - 4z + 12 = 0$

C. $6x - 4y - 3z - 12 = 0$

D. $4x - 6y - 3z - 12 = 0$

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 1 = 0$. Phương trình mặt phẳng (Q) chứa Δ và tạo với (P) một góc nhỏ nhất là:

A. $2x - y + 2z - 1 = 0$

B. $10x - 7y + 13z + 3 = 0$

C. $2x + y - z = 0$

D. $-x + 6y + 4z + 5 = 0$

Câu 23: Cho mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y + z + 6 = 0$ và điểm $A(2, -1, 0)$. Hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (α) có tọa độ:

A. $(2; -2; 3)$

B. $(1; 1; -1)$

C. $(1; 0; 3)$

D. $(-1; 1; -1)$

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho phương trình mặt phẳng $(P): 2x + 3y - 4z + 5 = 0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)

A. $\vec{n} = (2; 3; 5)$

B. $\vec{n} = (2; 3; -4)$

C. $\vec{n} = (2, 3, 4)$

D. $\vec{n} = (-4; 3; 2)$

Câu 25: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình: $\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+4}{1}$. Xét mặt phẳng $(P): 6x + my + 2z + 4 = 0$, m là tham số thực. Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) thì:

A. $m = -1$

B. $m = 22$

C. $m = 3$

D. $m = 4$

Câu 26: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng (α) có phương trình: $x + 3y + 2z + 1 = 0$. Mặt phẳng (α) có vectơ pháp tuyến là:

A. $\vec{n} = (1; 3; 5)$

B. $\vec{n} = (1; 2; 3)$

C. $\vec{n} = (-1; 3; 5)$

D. $\vec{n} = (1; 3; 2)$

Câu 27: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + y + 2z + 3 = 0$ và điểm $M(1; 2; 1)$, khi đó khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (α) bằng:

A. 5

B. 3

C. -3

D. 7

Câu 28: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;2)$ và $B(2;3;4)$. Phương trình của (P) đi qua A và vuông góc với AB là:

A. $x + y + z - 1 = 0$

B. $x + y + z - 3 = 0$

C. $2x + y + z - 3 = 0$

D. $x - 2y - 3z + 1 = 0$

Câu 29: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(1;1;2)$ và $B(3;3;6)$ phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB là:

A. $x + y + 2z - 12 = 0$.

B. $x + y - 2z + 4 = 0$.

C. $x - y + 2z - 8 = 0$.

D. $x - y - 2z + 12 = 0$.

Câu 30: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng nào sau đây là mặt phẳng đi qua ba điểm $A(0; -1; 2)$, $B(-1; 2; -3)$, $C(0; 0; -2)$?

A. $7x + 4y + z + 2 = 0$

B. $3x + 4y + z + 2 = 0$

C. $5x - 4y + z + 2 = 0$

D. $7x + 4y - z + 2 = 0$

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 3x - 5y + z - 15 = 0$ cắt các trục Ox , Oy , Oz lần lượt tại A , B , C . Thể tích $OABC$ là:

A. $\frac{225}{2}$

B. $\frac{225}{3}$

C. $\frac{225}{6}$

D. 225

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + y = 0$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $(\alpha) // Ox$

B. $(\alpha) // Oy$

C. $(\alpha) // (Oyz)$

D. $(\alpha) \supset Oz$

Câu 33: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng qua ba điểm $A(1;0;0)$, $B(0;-2;0)$, $C(0;0;3)$ có phương trình là:

A. $x - 2y + 3z = 1$

B. $\frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{3} = 6$

C. $\frac{x}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{-3} = 1$

D. $6x - 3y + 2z = 6$

Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;1;3)$, $B(-1;3;2)$, $C(-1;2;3)$. Khoảng cách từ gốc tọa độ đến mặt phẳng (ABC) bằng:

A. $\sqrt{3}$

B. 3

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{3}{2}$

Câu 35: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{3} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+3}{1}$ và điểm

$A(1;2;3)$. Phương trình mặt phẳng $(A;d)$ là:

A. $23x - 17y - z - 14 = 0$

B. $23x + 17y + z - 60 = 0$

C. $23x - 17y - z + 14 = 0$

D. $23x + 17y - z + 14 = 0$

Câu 36: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua $A(-2;4;3)$, song song với mặt phẳng $2x - 3y + 6z + 19 = 0$ có tọa độ là:

A. $2x - 3y + 6z = 0$

B. $2x + 3y + 6z + 19 = 0$

C. $2x + 3y + 6z - 2 = 0$

D. $2x - 3y + 6z + 1 = 0$

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho bốn điểm $A(5;1;3), B(1;6;2), C(5;0;4), D(4;0;6)$.

Mặt phẳng (α) đi qua hai điểm A, B và song song với đường thẳng CD có phương trình là:

A. $10x - 9y + 5z + 74 = 0$

B. $10x + 9y + 5z = 0$

C. $10x + 9y + 5z - 74 = 0$

D. $9x + 10y - 5z - 74 = 0$

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba mặt phẳng $(\alpha): x + y + 2z + 1 = 0$,

$(\beta): x + y - z + 2 = 0, (\gamma): x - y + 5 = 0$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. $(\alpha) \perp (\beta)$

B. $(\alpha) // (\beta)$

C. $(\alpha) \perp (\gamma)$

D. $(\beta) \perp (\gamma)$

Câu 39: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $A(1;4;-3)$. Viết phương trình mặt phẳng chứa trục tung và đi qua điểm A .

A. $3x + z + 1 = 0$

B. $4x - y = 0$

C. $3x - z = 0$

D. $3x + z = 0$

Câu 40: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng $(P): 3x - 5y + 2z - 2 = 0$. Vectơ nào dưới đây là pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

A. $\vec{n} = (3;5;2)$

B. $\vec{n} = (3;-5;2)$

C. $\vec{n} = (3;-5;-2)$

D. $\vec{n} = (-3;-5;2)$

Câu 41: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho $A(3;5;0), B(2;0;3), C(0;1;-4), D(2;-1;-6)$. Tọa độ của điểm A' đối xứng với A qua mặt (BCD) là:

A. $(-1;1;2)$

B. $(1;1;2)$

C. $(-1;-1;2)$

D. $(1;-1;2)$

Câu 42: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng $(P): \frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$. Vectơ nào dưới đây là vectơ pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{n} = (6;3;2)$

B. $\vec{n} = (2;3;6)$

C. $\vec{n} = \left(1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}\right)$

D. $\vec{n} = (3;2;1)$

Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai mặt phẳng

$(P): x + y - z - 2 = 0, (Q): x + 3y - 12 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{2}$. Viết phương trình

mặt phẳng (R) chứa đường thẳng d và giao tuyến của hai mặt phẳng $(P), (Q)$.

A. $5x + y - 7z - 1 = 0$

B. $x + 2y - z + 2 = 0$

C. $x + y - z = 0$

D. $15x + 11y - 17z - 10 = 0$

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 + 4t \\ y = -1 - t \\ z = 4 + 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ và mặt phẳng

$(P): x + 2y - z + 1 = 0$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. d cắt (P) tại một điểm

B. d nằm trên (P)

C. d song song với (P)

D. d vuông góc với (P)

Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $M(-1; -2; 3)$ và hai mặt phẳng

$(P): x + y - 2 = 0, (Q): x + z + 2 = 0$. Gọi h_1, h_2 lần lượt là khoảng cách từ M đến (P) và (Q) . Ta có:

- A. $h_1 = h_2$ B. $h_1 = \frac{4}{5}h_2$ C. $h_1 = 2h_2$ D. $h_1 = \frac{5}{4}h_2$

Câu 46: Trong không gian Oxyz cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z + 1 = 0$ và hai điểm

$A(1; -2; 3), B(3; 2; -1)$. Phương trình mặt phẳng (Q) qua A, B và vuông góc với (P) là

- A. $(Q): 2x + 2y + 3z - 7 = 0$ B. $(Q): 2x - 2y + 3z - 7 = 0$
C. $(Q): 2x + 2y + 3z - 9 = 0$ D. $(Q): x + 2y + 3z - 7 = 0$

Câu 47: Trong không gian Oxyz, cho hai mặt phẳng $(P): nx + 7y - 6z + 4 = 0;$

$(Q): 3x + my - 2z - 7 = 0$ song song với nhau. Khi đó, giá trị m, n thỏa mãn là:

- A. $m = \frac{7}{3}; n = 1$ B. $m = 9; n = \frac{7}{3}$ C. $m = \frac{3}{7}; n = 9$ D. $m = \frac{7}{3}; n = 9$

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng $(P): -y - 2z + 2 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n} = (-1; -2; 2)$. B. $\vec{n} = (-1; -1; 0)$. C. $\vec{n} = (0; -1; -2)$. D. $\vec{n} = (-1; -2; 0)$.

Câu 49: Mặt phẳng (P) đi qua $M(0; 1; 1)$ và chứa $(d): \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{2}$ có phương trình tổng quát

$(P): Ax + By + Cz + D = 0$. Tính giá trị của $B + C + D$ khi $A = 5$

- A. $B + C + D = -3$ B. $B + C + D = -2$
C. $B + C + D = -1$ D. $B + C + D = 0$

Câu 50: Mặt phẳng (P) đi qua $A(1; -1; 2)$ và vuông góc với trục Oy. Tìm giao điểm của (P) và Oy.

- A. $M(0; -1; 0)$ B. $M(0; 2; 0)$ C. $M(0; 1; 0)$ D. $M(0; -2; 0)$

B2. TỰ LUẬN

Bài 1: Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua ba điểm A, B, C không thẳng hàng cho trước, với:

- a) $A(1; -2; 4), B(3; 2; -1), C(-2; 1; -3)$
b) $A(0; 0; 0), B(-2; -1; 3), C(4; -2; 1)$
c) $A(-1; 2; 3), B(2; -4; 3), C(4; 5; 6)$
d) $A(3; -5; 2), B(1; -2; 0), C(0; -3; 7)$

Bài 2: Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm M và song song với mặt phẳng (β) cho trước, với:

- a) $M(2; 1; 5), (\beta) = (Oxy)$
b) $M(1; -2; 1), (\beta): 2x - y + 3 = 0$
c) $M(-1; 1; 0), (\beta): x - 2y + z - 10 = 0$
d) $M(3; 6; -5), (\beta): -x + z - 1 = 0$

Bài 3: Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm M và vuông góc với đường thẳng d cho trước, với:

a) $M(0,2,-1)$, d: $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+1}{2}$

b) $M(1;-2;4)$, d: $\begin{cases} x=3-5t \\ y=2-t \\ z=-1-2t \end{cases}$

c) $M(-1; 2; 3)$, d: $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-4+9t \\ z=3+3t \end{cases}$

d) $M(1,0,-4)$ và d là giao tuyến của hai mặt phẳng: (α): $x+y+z-1=0$; (β): $2x-y+3z+7=0$

Bài 4: Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB cho trước, với:

a) $A(2;1;1)$, $B(2;-1;-1)$

b) $A(1;-1;-4)$, $B(2;0;5)$

c) $A(2;3;-4)$, $B(4;-1;0)$

d) $A(2;-5;6)$, $B(-1;-3;2)$

Bài 5: Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (β) cho trước, với:

a) $\begin{cases} A(3;1;-1), B(2;-1;4) \\ (\beta): 2x-y+3z-1=0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} A(2;-1;3), B(-4;7;-9) \\ (\beta): 3x+4y-8z-5=0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} A(-2;-1;3), B(4;-2;1) \\ (\beta): 2x+3y-2z+5=0 \end{cases}$

d) $\begin{cases} A(3;-1;-2), B(-3;1;2) \\ (\beta): 2x-2y-2z+5=0 \end{cases}$

Bài 6: Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa đường thẳng d đồng thời vuông góc với mặt phẳng (P) cho trước, với:

a) $(P): 2x+3y-4=0$, d: $\begin{cases} x=1-2t \\ y=t \\ z=3+2t \end{cases}$

b) $(P): 3x-y+2z-4=0$, d: $\begin{cases} x=2-2t \\ y=3+t \\ z=-3-t \end{cases}$

c) $(P): x+2y-z-4=0$, $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+3}{4}$

d) $(P): 3x-y+z-2=0$ đgt d là giao tuyến của hai mp: (Q): $x+4y-5=0$, (R): $2x-z+7=0$

Bài 7: Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm M và vuông góc với hai mặt phẳng (β), (γ) cho trước, với:

a) $M(-1;-2;5)$, (β): $x+2y-3z+1=0$, (γ): $2x-3y+z+1=0$

- b) $M(1; 0; -2), (\beta): 2x + y - z - 2 = 0, (\gamma): x - y - z - 3 = 0$
- c) $M(2; -4; 0), (\beta): 2x + 3y - 2z + 5 = 0, (\gamma): 3x + 4y - 8z - 5 = 0$
- d) $M(5; 1; 7), (\beta): 3x - 4y + 3z + 6 = 0, (\gamma): 3x - 2y + 5z - 3 = 0$

Bài 8: Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm M và chứa đường thẳng d cho trước, với:

a) $M(1; -2; 2), d: \begin{cases} x=2 \\ y=1-2t \\ z=2+3t \end{cases}$

b) $M(0; 1; 3), d: \begin{cases} x=3-t \\ y=-1+2t \\ z=2+3t \end{cases}$

c) $M(4; -2; 1), d: \begin{cases} x=2 \\ y=1-2t \\ z=2+3t \end{cases}$

d) $M(2; 1; -1)$ và d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): x - y + z - 4 = 0, (Q): 3x - y + z - 1 = 0$

Bài 9: Cho 2 đường thẳng d và d'. Chứng minh d và d' chéo nhau. Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa đường thẳng d và song song với đường thẳng d'

a) $d_1: \begin{cases} x=1+2t \\ y=2-2t \\ z=-t \end{cases} \quad d_2: \begin{cases} x=2t' \\ y=5-3t' \\ z=4 \end{cases}$

b) $d_1: \begin{cases} x=1-2t \\ y=3+t \\ z=-2-3t \end{cases} \quad d_2: \begin{cases} x=2t' \\ y=1+t' \\ z=3-2t' \end{cases}$

c) $d_1: \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{2}; \quad d_2: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{4}$

d) $d_1: \begin{cases} x=3-2t \\ y=1+4t \\ z=4t-2; \end{cases} \quad d_2: \frac{x-2}{3} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z-1}{-2}$

Bài 10: Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm M và song song với 2 đường thẳng chéo nhau d_1 và d_2 với

a) $M(2; 1; -2), \quad d_1: \begin{cases} x=3-2t \\ y=1+4t \\ z=-2+4t \end{cases} \quad d_2: \begin{cases} x=2+3t \\ y=4-t \\ z=1-2t \end{cases}$

b) $M(2; -3; 0), \quad d_1: \begin{cases} x=2+3t \\ y=-3-t \\ z=1+2t \end{cases} \quad d_2: \begin{cases} x=-1+2t \\ y=1-2t \\ z=2+t \end{cases}$

c) $M(3; 0; 1), d_1: \begin{cases} x=2+2t \\ y=1+t \\ z=3-2t \end{cases} \quad d_2: \frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{1}$

d) $M(5; 3; 1), d_1: \frac{x-7}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-9}{-1}; d_2: \frac{x-3}{-7} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}$

Bài 11: Cho 2 đường thẳng d và d' . Chứng minh d và d' cắt nhau. Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa đường thẳng d và d'

a) $d_1: \begin{cases} x=3t \\ y=1-2t \\ z=3+t \end{cases} \quad d_2: \begin{cases} x=1+t' \\ y=2t' \\ z=4+t' \end{cases}$

b) $d_1: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{3} \quad d_2: \begin{cases} x=-1+t \\ y=-t \\ z=-2+3t \end{cases}$

c) $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+5}{1} = \frac{z-3}{4}; \quad d_2: \frac{x-6}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{1}$

d) $d_1: \begin{cases} x+y+z+3=0 \\ 2x-y+1=0 \end{cases} \quad d_2: \begin{cases} x=1+t \\ y=-2+t \\ z=3-t \end{cases}$

Bài 12: Cho 2 đường thẳng d và d' . Chứng minh d và d' song song. Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa đường thẳng d và d'

a) $d_1: \begin{cases} x=5+2t \\ y=1-t \\ z=5-t \end{cases} \quad d_2: \begin{cases} x=3+2t' \\ y=-3-t' \\ z=1-t' \end{cases}$

b) $d_1: \begin{cases} x=3+2t \\ y=4+3t \\ z=2+t \end{cases} \quad d_2: \begin{cases} x=4+4t \\ y=5+6t \\ z=3+2t \end{cases}$

c) $d_1: \frac{x-1}{9} = \frac{y+2}{6} = \frac{z-3}{3}; \quad d_2: \frac{x-7}{6} = \frac{y-6}{4} = \frac{z-5}{2}$

d) $d_1: \begin{cases} 2x+2y-z-10=0 \\ x-y-z-22=0 \end{cases}; \quad d_2: \frac{x+7}{3} = \frac{y-5}{-1} = \frac{z-9}{4}$

Bài 13: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai đường thẳng d và d' lần lượt có phương trình $d: x = \frac{y-2}{-1} = z$ và $d': \frac{x-2}{2} = y-3 = \frac{z+5}{-1}$. Chứng minh rằng hai đường thẳng chéo nhau vuông góc. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua d và vuông góc với d' .

Bài 14: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{1}$ và điểm $A(2; 1; 2)$. Viết

phương trình mặt phẳng (P) chứa Δ sao cho khoảng cách từ A đến (P) bằng $\frac{1}{\sqrt{3}}$

Bài 15: Cho 2 đường thẳng $d_1: \begin{cases} x=1+t \\ y=2-t \\ z=1 \end{cases}$ và $d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+1}{2}$. Viết phương trình mp (P) song

song với cả d_1 và d_2 , sao cho khoảng cách từ d_1 đến (P) gấp hai lần khoảng cách từ d_2 đến (P).

Bài 16: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z}{4}$ và điểm

$M(0; -2; 0)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm M song song với đường thẳng Δ đồng thời khoảng cách giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) bằng 4.

Bài 17: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho hai đường thẳng d và d' lần lượt có phương trình:

$d: x = \frac{y-2}{-1} = z$ và $d': \frac{x-2}{2} = y-3 = \frac{z+5}{-1}$. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua d

và tạo với d' một góc 30° .

Bài 18: Cho điểm $A(2;5;3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{2}$. Viết phương trình mặt phẳng (α)

chứa d sao cho khoảng cách từ A đến (α) lớn nhất.

Bài 19: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho điểm $A(10; 2; -1)$ và đường thẳng d có phương

trình $\begin{cases} x=1+2t \\ y=t \\ z=1+3t \end{cases}$. Lập phương trình mặt phẳng (P) đi qua A, song song với d và khoảng cách

từ A tới (P) là lớn nhất.

Bài 20: Lập phương trình mặt phẳng (α) vuông góc mặt phẳng (β): $2x-2y+4z-5=0$ và cắt trục

Ox tại điểm $A(2, 0, 0)$ và cắt trục Oy tại điểm $B(0, \frac{2}{3}, 0)$.

