

## DIỆN TÍCH MẶT CẦU - THỂ TÍCH KHỐI CẦU

### A – LÝ THUYẾT

#### I. MẶT CẦU

##### a) Khái niệm

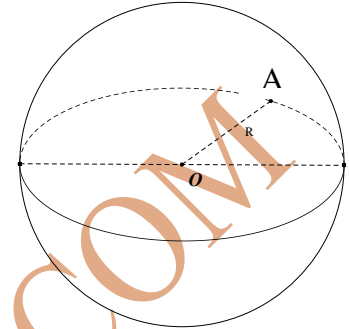
Tập hợp các điểm trong không gian cách điểm  $(O)$  cố định một khoảng  $R$  không đổi được gọi là mặt cầu có tâm là  $O$  và bán kính bằng  $R$ , kí hiệu  $S(O; R)$ .

$$\Rightarrow \text{Mặt cầu } S(O; R) = \{M \mid OM = R\}.$$

##### b) Vị trí tương đối giữa điểm và mặt cầu:

Cho điểm  $A$  và mặt cầu  $S(O; R)$ . Ta có:

- Điểm  $A$  thuộc mặt cầu  $\Leftrightarrow OA = R$ .
- Điểm  $A$  nằm trong mặt cầu  $\Leftrightarrow OA < R$ .
- Điểm  $A$  nằm ngoài mặt cầu  $\Leftrightarrow OA > R$ .



##### c) Khối cầu:

Tập hợp các điểm thuộc mặt cầu  $S(O; R)$  cùng với các điểm nằm trong mặt cầu được gọi là khối cầu  $S(O; R)$ .

$$\Rightarrow \text{Khối cầu } S(O; R) = \{M \mid OM \leq R\}.$$

### II. CÔNG THỨC TÍNH DIỆN TÍCH MẶT CẦU VÀ THỂ TÍCH KHỐI CẦU

Mặt cầu bán kính  $R$  có diện tích là:  $S = 4\pi R^2$ .

Khối cầu bán kính  $R$  có thể tích là:  $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ .

Khối chòm cầu với bán kính  $R$ , chiều cao  $h$  có thể tích là:  $V = \pi h^2 \left( R - \frac{h}{3} \right)$

### III. GIAO CỦA MẶT CẦU VÀ MẶT PHẪNG.

Cho mặt cầu  $S(O; R)$  và mặt phẳng  $(P)$ . Gọi  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $O$  lên mặt phẳng  $(P)$ .

Gọi  $h = OH$  là khoảng cách từ  $O$  tới mặt phẳng  $(P)$ . Ta có ba trường hợp sau:

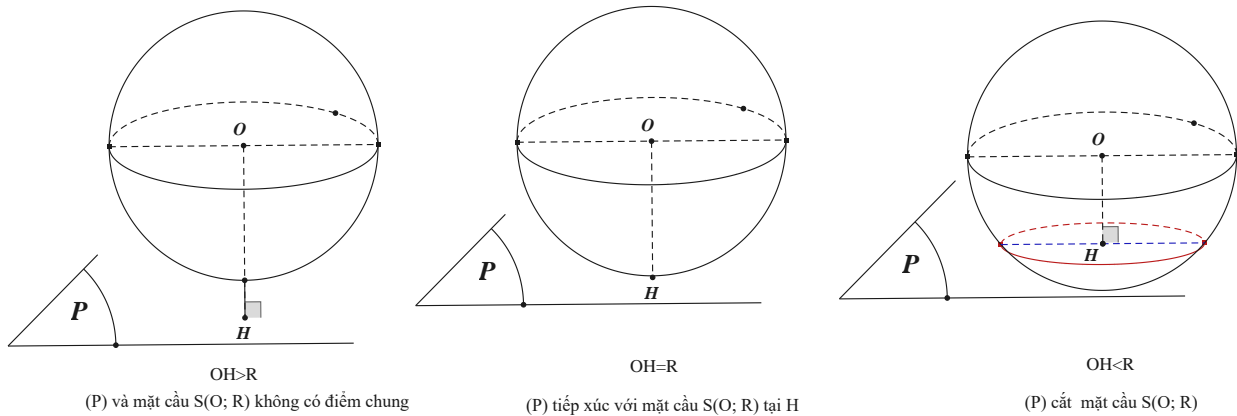
1.  $h > R \Leftrightarrow$  mặt phẳng  $(P)$  không cắt mặt cầu.
2.  $h = R \Leftrightarrow$  mặt phẳng  $(P)$  tiếp xúc với mặt cầu tại điểm  $H$ . Ta có  $OH \perp (P)$ .

Điểm  $H$  gọi là tiếp điểm của mặt cầu  $S(O; R)$  và mặt phẳng  $(P)$

Mặt phẳng  $(P)$  gọi là mặt phẳng tiếp xúc hay tiếp diện của mặt cầu.

3.  $h < R \Leftrightarrow$  mặt phẳng  $(P)$  cắt mặt cầu theo đường tròn có bán kính  $r = \sqrt{R^2 - h^2}$ .

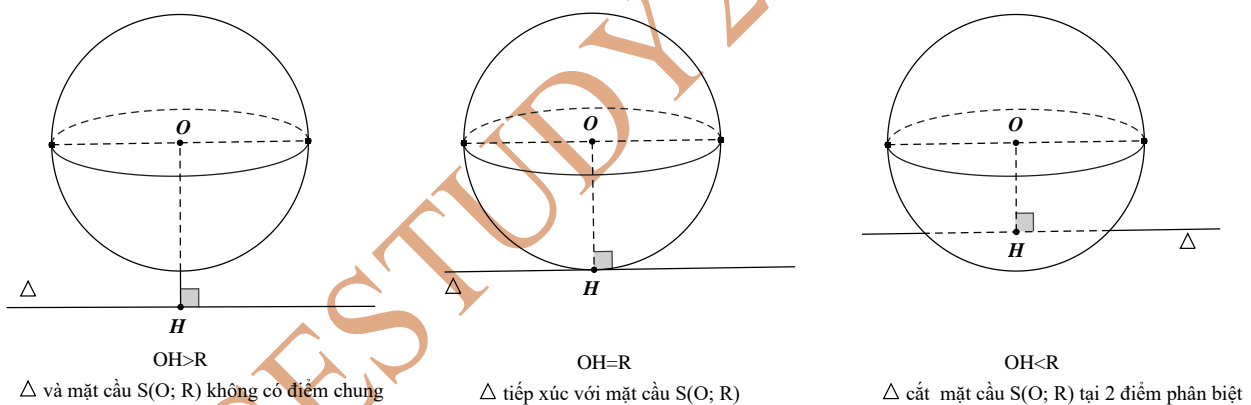
Đặc biệt khi  $h = 0$  mặt phẳng  $(P)$  cắt mặt cầu theo một đường tròn lớn có bán kính  $r = R$ .



**IV. GIAO CỦA MẶT CẦU VỚI ĐƯỜNG THẲNG - TIẾP TUYẾN CỦA MẶT CẦU**

Cho mặt cầu  $S(O; R)$  và đường thẳng  $\Delta$ . Gọi H là hình chiếu vuông góc của tâm O lên  $\Delta$  và  $d = OH$  là khoảng cách từ O đến  $\Delta$ . Tương tự như trong trường hợp mặt cầu và mặt phẳng, ta có ba trường hợp sau đây:

1.  $d > R \Leftrightarrow$  đường thẳng  $\Delta$  không cắt mặt cầu.
2.  $d = R$  đường thẳng  $\Delta$  tiếp xúc với mặt cầu tại một điểm H.  
(H gọi là tiếp điểm và đường thẳng  $\Delta$  gọi là tiếp tuyến của mặt cầu).
3.  $d < R$  đường thẳng  $\Delta$  cắt mặt cầu tại hai điểm M, N.



Đặc biệt, khi  $d = 0$  thì đường thẳng  $\Delta$  đi qua tâm O và cắt mặt cầu tại hai điểm M, N và  $MN = 2R$ .

**V. MẶT CẦU NGOẠI TIẾP – NỘI TIẾP**

	Mặt cầu ngoại tiếp	Mặt cầu nội tiếp
<b>Hình đa diện</b>	Tất cả các đỉnh của hình đa diện đều nằm trên mặt cầu.	Tất cả các mặt của hình đa diện đều tiếp xúc với mặt cầu.
<b>Hình trụ</b>	Hai đường tròn đáy của hình trụ nằm trên mặt cầu.	Mặt cầu tiếp xúc với các mặt đáy và mọi đường sinh của hình trụ.
<b>Hình nón</b>	Mặt cầu đi qua đỉnh và đường tròn đáy của hình nón.	Mặt cầu tiếp xúc với mặt đáy và mọi đường sinh của hình nón.

**B – BÀI TẬP**

**B1. TRẮC NGHIỆM**

**Câu 1:** Trong không gian cho điểm O cố định và điểm M thỏa mãn  $OM = 6\text{cm}$ . Tìm mệnh đề đúng.

- A. M thuộc đường tròn tâm O bán kính 3cm.
- B. M thuộc mặt cầu tâm O bán kính 3cm.
- C. M thuộc mặt cầu tâm O bán kính 6cm.
- D. M thuộc mặt cầu tâm O bán kính 12cm.

**Câu 2:** Cho mặt cầu tâm O bán kính 10cm. Điểm M cách O một khoảng bằng 5cm. Tìm mệnh đề đúng.

- A. Điểm M nằm ngoài mặt cầu.
- B. Điểm M nằm trong mặt cầu.
- C. Điểm M thuộc mặt cầu.
- D. Khoảng cách từ M đến O nhỏ hơn bán kính mặt cầu.

**Câu 3:** Cho hình cầu có bán kính  $R$  khi đó diện tích  $S$  của mặt cầu là :

- A.  $S = V = \frac{4}{3}\pi R^2$ .
- B.  $S = 4\pi R^2$ .
- C.  $S = \pi R^2$ .
- D.  $S = 6\pi R^2$ .

**Câu 4:** Cho hình cầu có bán kính  $R$  khi đó thể tích  $V$  của khối cầu là:

- A.  $V = \frac{1}{3}\pi R^3$ .
- B.  $V = \frac{3\pi R^3}{4}$ .
- C.  $V = \frac{2\pi R^3}{3}$ .
- D.  $V = \frac{4\pi R^3}{3}$ .

**Câu 5:** Gọi  $R$  bán kính đáy,  $S$  là diện tích mặt cầu và  $V$  là thể tích của khối cầu. Tìm mệnh đề *sai*.

- A.  $V = \frac{1}{3}\pi R^3$ .
- B.  $S = 4\pi R^2$ .
- C.  $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ .
- D.  $3V = S.R$

**Câu 6:** Một khối cầu có bán kính  $2R$  thì có thể tích bằng:

- A.  $\frac{4\pi R^3}{3}$
- B.  $4\pi R^2$
- C.  $\frac{32\pi R^3}{3}$
- D.  $\frac{16\pi R^3}{3}$

**Câu 7:** Mặt cầu có bán kính bằng  $10\text{cm}$ . Tính diện tích  $S$  của mặt cầu.

- A.  $S = 400\pi\text{cm}^2$ .
- B.  $S = 100\pi\text{cm}^2$ .
- C.  $S = \frac{400\pi}{3}\text{cm}^2$ .
- D.  $S = \frac{100\pi}{3}\text{cm}^2$ .

**Câu 8:** Mặt cầu có đường kính bằng  $2a$ . Tính diện tích  $S$  của mặt cầu.

- A.  $S = 4\pi a^2$
- B.  $S = 4\pi R^2$
- C.  $S = 16\pi R^2$
- D.  $S = 8\pi a^2$

**Câu 9:** Diện tích của một mặt cầu bằng  $100\text{cm}^2$ . Tính bán kính  $R$  của mặt cầu.

- A.  $R = \frac{5}{\pi}\text{cm}$ .
- B.  $R = \frac{\pi}{5}\text{cm}$ .
- C.  $R = \frac{\pi\sqrt{5}}{5}\text{cm}$ .
- D.  $R = \frac{5\sqrt{\pi}}{\pi}\text{cm}$ .

**Câu 10:** Cho mặt cầu có diện tích bằng  $\frac{8\pi a^2}{3}$ . Tính bán kính  $R$  của mặt cầu.

- A.  $R = \frac{a\sqrt{6}}{3}$ .
- B.  $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ .
- C.  $R = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ .
- D.  $R = \frac{a\sqrt{2}}{3}$ .

**Câu 11:** Khối cầu có thể tích bằng  $36\pi\text{cm}^3$ . Tính bán kính  $R$  của mặt cầu.

- A.  $R = 6\text{cm}$ .
- B.  $R = 3\text{cm}$ .
- C.  $R = 9\text{cm}$ .
- D.  $R = \sqrt{6}\text{cm}$ .

**Câu 12:** Cho khối cầu có thể tích bằng  $\frac{8\pi a^3 \sqrt{6}}{27}$ . Tính bán kính  $R$  của mặt cầu.

A.  $R = \frac{a\sqrt{6}}{3}$ .      B.  $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ .      C.  $R = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ .      D.  $R = \frac{a\sqrt{2}}{3}$ .

**Câu 13:** Hình cầu ( $S$ ) có diện tích bằng  $16\pi$  (đvdt). Tính thể tích  $V$  của khối cầu tương ứng.

A.  $V = \frac{32\pi\sqrt{3}}{9}$  (đvdt).      B.  $V = \frac{32\pi\sqrt{3}}{3}$  (đvdt).      C.  $V = \frac{32\pi}{9}$  (đvdt).      D.  $V = \frac{32\pi}{3}$  (đvdt).

**Câu 14:** Một quả địa cầu có bán kính 22 cm. Diện tích xung quanh của quả địa cầu là :

A.  $1936\pi cm^2$       B.  $936\pi cm^2$       C.  $484\pi cm^2$       D.  $5324\pi cm^2$

**Câu 15:** Cho hình tròn đường kính  $4a$  quay quanh đường kính của nó. Khi đó thể tích khối tròn xoay sinh ra bằng:

A.  $\frac{16\pi a^3}{3}$       B.  $\frac{4\pi a^3}{3}$       C.  $\frac{8\pi a^3}{3}$       D.  $\frac{64\pi a^3}{3}$

**Câu 16:** Cho tam giác ABC vuông tại A,  $AB = a$ ,  $AC = a\sqrt{3}$ . Quay đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC quanh trục BC ta được mặt cầu. Tính diện tích  $S$  của mặt cầu này.

A.  $S = 16\pi a^2$       B.  $S = 12\pi a^2$       C.  $S = 4\pi a^2$       D.  $S = 2\pi a^2$

**Câu 17:** Đường kính của một hình cầu bằng cạnh của một hình lập phương. Thể tích của khối lập phương bằng bao nhiêu lần thể tích khối cầu?

A.  $\frac{4}{3}\pi$       B.  $\frac{1}{6}\pi$       C.  $\frac{6}{\pi}$       D.  $\frac{3}{4\pi}$ .

**Câu 18:** Cho mặt cầu ( $S_1$ ) có bán kính  $R_1$ , mặt cầu ( $S_2$ ) có bán kính  $R_2$  và  $R_2 = 2R_1$ . Tính tỉ số diện tích của mặt cầu ( $S_2$ ) và mặt cầu ( $S_1$ ).

A.  $\frac{1}{2}$ .      B. 2.      C.  $\frac{1}{4}$ .      D. 4

**Câu 19:** Hình nào sau đây có mặt cầu ngoại tiếp?

- A. Hình hộp bất kỳ.      B. Hình hộp đứng.  
C. Hình hộp chữ nhật.      D. Hình hộp có mặt bên vuông góc đáy.

**Câu 20:** Hình lăng trụ nào sau đây có mặt cầu ngoại tiếp?

- A. Hình lăng trụ đứng.      B. Hình lăng trụ tam giác.  
C. Hình lăng trụ đứng tam giác.      D. Hình lăng trụ có đáy là đa giác nội tiếp đường tròn.

**Câu 21:** Hình chóp nào sau đây có mặt cầu ngoại tiếp?

- A. Hình chóp có đáy là hình bình hành.      B. Hình chóp có đáy là hình thoi.  
C. Hình chóp có đáy là hình thang vuông      D. Hình chóp có đáy là đa giác nội tiếp đường tròn.

**Câu 22:** Tính bán kính  $R$  của mặt cầu ngoại tiếp một hình lập phương có cạnh bằng  $2a$ .

A.  $R = \frac{\sqrt{3}a}{3}$ .      B.  $R = a$ .      C.  $R = 2\sqrt{3}a$ .      D.  $R = \sqrt{3}a$ .

**Câu 23:** Tính bán kính của mặt cầu đi qua các đỉnh của hình lập phương cạnh  $a$ .

A.  $a\sqrt{3}$       B.  $a$       C.  $a\sqrt{2}$       D.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

**Câu 24:** Một hình hộp chữ nhật có ba kích thước là  $a, b, c$ . Tính bán kính  $R$  của mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật.

A.  $\frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ .      B.  $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ .      C.  $\sqrt{2(a^2 + b^2 + c^2)}$       D.  $\frac{1}{3}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

**Câu 25:** Tính diện tích  $S$  của mặt cầu nội tiếp một hình lập phương có cạnh bằng  $a$ .

A.  $S = 3\pi a^2$ .      B.  $S = \frac{\pi a^2}{2}$ .      C.  $S = 2\pi a^2$ .      D.  $S = \pi a^2$ .

**Câu 26:** Tính diện tích  $S$  của mặt cầu ngoại tiếp hình tám mặt đều có cạnh bằng  $\sqrt{2}$ .

A.  $S = 4\pi$ .      B.  $S = 8\pi$ .      C.  $S = 12\pi$ .      D.  $S = 4\pi\sqrt{2}$ .

**Câu 27:** Tính tỉ số thể tích giữa khối lập phương và khối cầu ngoại tiếp khối lập phương.

A.  $\frac{3}{\pi\sqrt{2}}$ .      B.  $\frac{2\sqrt{3}}{3\pi}$ .      C.  $\frac{\pi\sqrt{2}}{3}$ .      D.  $\frac{3\pi}{2\sqrt{3}}$ .

**Câu 28:** Cho hình lập phương có cạnh bằng  $a$ . Gọi  $r$  và  $R$  lần lượt là bán kính mặt cầu nội tiếp và ngoại tiếp hình lập phương. Tính tỉ số  $\frac{r}{R}$ .

A.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ .      B.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .      C.  $2\sqrt{3}$ .      D.  $2\sqrt{2}$

**Câu 29:** Gọi  $V_1$  và  $V_2$  lần lượt là thể tích khối cầu nội tiếp và ngoại tiếp hình lập phương. Tính tỉ số  $\frac{V_1}{V_2}$ .

A.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       B.  $\frac{\sqrt{2}}{4}$       C.  $\sqrt{2}$       D.  $2\sqrt{2}$

**Câu 30:** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có :  $AB = a$ ,  $AD = 2a$ ,  $AA' = 2a$ . Tính bán kính  $R$  của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện  $ACB'D'$ .

A.  $R = a$       B.  $R = 2a$       C.  $R = \frac{a}{2}$       D.  $R = \frac{3a}{2}$ .

**Câu 31:** Một khối cầu có thể tích bằng  $\frac{4\pi}{3}$  ngoại tiếp một khối lập phương. Tính thể tích  $V$  của khối lập phương.

A.  $V = \frac{8\sqrt{3}}{9}$ .      B.  $V = \frac{8}{3}$       C.  $V = 1$ .      D.  $V = 2\sqrt{3}$ .

**Câu 32:** Hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  nội tiếp trong mặt cầu bán kính  $R = 3\text{cm}$ . Tam giác  $ABC$  cân và có diện tích bằng  $2\text{cm}^2$ . Diện tích toàn phần  $S_p$  của hình hộp đó bằng :

A.  $S_{tp} = 16cm^2$ .      B.  $S_{tp} = 24cm^2$       C.  $S_{tp} = 8\sqrt{26}cm^2$ .      D.  $S_{tp} = 8(1 + \sqrt{26})cm^2$ .

**Câu 33:** Cho lăng trụ tam giác đều có các cạnh bằng  $a$ . Tính diện tích  $S$  của mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ.

A.  $S = 7\pi a^2$ .      B.  $S = \frac{7\pi a^2}{2}$ .      C.  $S = \frac{7\pi a^2}{3}$ .      D.  $S = \frac{7\pi a^2}{6}$ .

**Câu 34:** Cho lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$  có cạnh đáy bằng  $a$ , góc giữa  $A'B$  và đáy là  $45^\circ$ . Tính diện tích  $S$  của mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ.

A.  $S = \frac{28\pi a^2}{3}$ .      B.  $S = \frac{82\pi a^2}{9}$ .      C.  $S = \frac{14\pi a^2}{3}$ .      D.  $S = \frac{31\pi a^2}{9}$ .

**Câu 35:** Cho lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ ,  $AB = 4, AC = 3$ , góc giữa  $(A'AC)$  và đáy là  $45^\circ$ . Tính thể tích  $V$  của mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ.

A.  $V = \frac{41\pi\sqrt{41}}{9}$ .      B.  $V = \frac{41\pi\sqrt{41}}{6}$ .      C.  $V = \frac{41\pi\sqrt{41}}{2}$ .      D.  $V = 41\pi$ .

**Câu 36:** Cho lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ ,  $BC = 6, AA' = 8$ . Gọi  $V_1, V_2$  lần lượt là thể tích của mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ và thể tích của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ. Tính tỉ số  $\frac{V_1}{V_2}$ .

A.  $\frac{V_1}{V_2} = \frac{25}{72}$ .      B.  $\frac{V_1}{V_2} = \frac{125}{27}$ .      C.  $\frac{V_1}{V_2} = \frac{25}{27}$ .      D.  $\frac{V_1}{V_2} = \frac{125}{54}$ .

**Câu 37:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông tại  $B$ ,  $AB = 1cm, BC = \sqrt{3}cm$ ,  $SA \perp (ABC)$ ,  $SA = 4cm$ . Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp  $S.ABC$  bằng

A.  $2\sqrt{5}cm$ .      B.  $\sqrt{5}cm$ .      C.  $\sqrt{2}cm$ .      D.  $\frac{\sqrt{19}}{2}cm$ .

**Câu 38:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật,  $SA \perp (ABCD)$ . Gọi  $E$  là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp  $S.ABCD$ . Tìm mệnh đề đúng.

- A.  $E$  là trung điểm cạnh  $SD$ .  
 B.  $E$  là trung điểm cạnh  $SC$ .  
 C.  $E$  là trọng tâm tam giác  $SAC$ .  
 D.  $E$  là giao điểm của hai đường chéo  $AC$  và  $BD$ .

**Câu 39:** Cho tứ diện  $SABC$  có  $SA = 2a$ , hai mặt bên  $(SAB)$  và  $(SAC)$  cùng vuông góc với  $(ABC)$ , tam giác  $ABC$  có  $AB = a, BC = 2a, AC = a\sqrt{5}$ . Tính diện tích  $S$  của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện  $SABC$ .

A.  $S = 9\pi a^2$ .      B.  $S = 18\pi a^2$ .      C.  $S = 27\pi a^2$ .      D.  $S = 36\pi a^2$ .

**Câu 40:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật,  $SA \perp (ABCD)$ ,  $SA = 12a, AB = 2a, BC = 4a$ . Tính bán kính  $R$  của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp  $S.ABCD$ .

A.  $R = 6a$ .                      B.  $R = \frac{15a}{2}$ .                      C.  $R = \frac{13a}{2}$ .                      D.  $R = \frac{5a}{2}$ .

**Câu 41:** Hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ ,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ ,  $SA = a$ ,  $AB = b$ ,  $AC = c$ . Tính bán kính  $R$  của mặt cầu đi qua các điểm  $A, B, C$  và  $S$ .

A.  $R = \frac{2(a+b+c)}{3}$ .                      B.  $R = 2\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ .  
C.  $R = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ .                      D.  $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ .

**Câu 42:** Cho tứ diện  $OABC$  có  $OA, OB, OC$  đôi một vuông góc nhau và  $OA = 4$ ,  $BC = 5$ . Tính diện tích  $S$  của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện  $OABC$ .

A.  $S = 25\pi$ .                      B.  $S = 41\pi$ .                      C.  $S = 45\pi$ .                      D.  $S = 50\pi$ .

**Câu 43:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có tam giác  $ABC$  đều cạnh  $a = 3\text{cm}$ .  $SA \perp (ABC)$  và  $SA = 2a$ . Tính thể tích  $V$  của khối cầu ngoại tiếp hình chóp.

A.  $V = 32\pi\sqrt{3}\text{cm}^3$ .                      B.  $V = 16\pi\sqrt{3}\text{cm}^3$ .                      C.  $V = \frac{8\pi a^3}{3\sqrt{3}}\text{cm}^3$ .                      D.  $V = \frac{4\pi a^3}{3}\text{cm}^3$ .

**Câu 44:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $SAB$  là tam giác đều cạnh  $a$  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy;  $AD = 2a$ . Tính bán kính  $R$  của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

A.  $R = \frac{2a}{3}$ .                      B.  $R = \frac{2a\sqrt{2}}{3}$ .                      C.  $R = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$ .                      D.  $R = \frac{a}{3}$ .

**Câu 45:** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh đều bằng  $a$ . Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp  $S.ABCD$ .

A.  $2\pi a^2$ .                      B.  $\frac{2\pi a^2}{3}$ .                      C.  $8\pi a^2$ .                      D.  $4\pi a^2$ .

**Câu 46:** Cho tứ diện đều  $ABCD$  cạnh  $a$ . Thể tích  $V$  của khối cầu ngoại tiếp tứ diện  $ABCD$ .

A.  $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{8}$ .                      B.  $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{6}$ .                      C.  $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{4}$ .                      D.  $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{6}$ .

**Câu 47:** Cho hình chóp tam giác đều  $S.ABC$  có cạnh đáy là  $a$ , góc giữa cạnh bên và đáy bằng  $45^\circ$ . tính thể tích  $V$  của khối cầu ngoại tiếp hình chóp  $S.ABC$ .

A.  $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{27}$                       B.  $V = \frac{4\pi a^3 \sqrt{3}}{27}$                       C.  $V = \frac{4\pi a^3 \sqrt{3}}{9}$                       D.  $V = \frac{4\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$

**Câu 48:** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có  $AC = 2a$ , cạnh bên tạo với đáy một góc bằng  $60^\circ$ . Tính diện tích  $S$  của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp  $S.ABCD$ .

A.  $S = \frac{4\pi a^2}{3}$ .                      B.  $S = 4\pi a^2$ .                      C.  $S = 4\pi a^2$ .                      D.  $S = \pi a^2$ .

**Câu 49:** Cho mặt cầu bán kính  $R$  ngoại tiếp một hình lập phương cạnh  $a$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A.  $a = 2\sqrt{3}R$ .      B.  $a = \frac{\sqrt{3}R}{3}$ .      C.  $a = 2R$ .      D.  $a = \frac{2\sqrt{3}R}{3}$ .

**Câu 50:** Cho tứ diện  $ABCD$  có tam giác  $BCD$  vuông tại  $C$ ,  $AB$  vuông góc với mặt phẳng  $(BCD)$ ,  $D = \mathbb{R}$  và  $D = (0; +\infty)$ . Tính bán kính  $R$  của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện  $ABCD$ .

- A.  $D = (-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$ .      B.  $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 2\}$ .  
 C.  $M(2; 3; -1), N(-1; 1; 1)$ .      D.  $P(1; m-1; 2)$ .

**Câu 51:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật với  $AB = 3a, BC = 4a, SA = 12a$  và  $SA$  vuông góc với đáy. Tính bán kính  $R$  của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp  $S.ABCD$ .

- A.  $R = \frac{5a}{2}$ .      B.  $R = \frac{17a}{2}$ .      C.  $R = \frac{13a}{2}$ .      D.  $R = 6a$ .

**Câu 52:** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AB = a, AD = 2a, AA' = 2a$ . Tính bán kính  $R$  của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện  $ABB'C'$ .

- A.  $R = 3a$ .      B.  $R = \frac{3a}{4}$ .      C.  $R = \frac{3a}{2}$ .      D.  $R = 2a$ .

**Câu 53:** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $3\sqrt{2}a$ , cạnh bên bằng  $5a$ . Tính bán kính  $R$  của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp  $S.ABCD$ .

- A.  $R = \sqrt{3}a$ .      B.  $R = \sqrt{2}a$ .      C.  $R = \frac{25a}{8}$ .      D.  $R = 2a$ .

**Câu 54:** Cho hình chóp tam giác đều  $S.ABC$  có cạnh đáy bằng  $\sqrt{6}$ , đường cao bằng 1. Tính diện tích  $S$  của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp  $S.ABC$ .

- A.  $S = 2\sqrt{6}\pi$ .      B.  $S = 2\sqrt{3}\pi$ .      C.  $S = 9\pi$ .      D.  $S = \sqrt{6}\pi$ .

**Câu 55:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA = SB = SC = a\sqrt{3}$  và có chiều cao  $a\sqrt{2}$ . Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

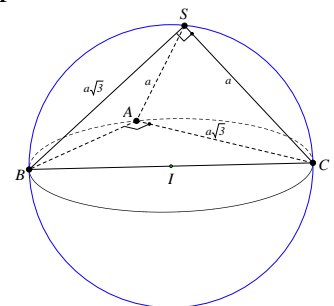
- A.  $S = \frac{9a^2}{2}$ .      B.  $S = \frac{9\pi a^2}{2}$ .      C.  $S = \frac{9\pi a^2}{4}$ .      D.  $S = \frac{9a^2}{4}$ .

**Câu 56:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh bằng 1, mặt bên  $SAB$  là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích  $V$  của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

- A.  $V = \frac{5\sqrt{15}\pi}{18}$       B.  $V = \frac{5\sqrt{15}\pi}{54}$       C.  $V = \frac{4\sqrt{3}\pi}{27}$       D.  $V = \frac{5\pi}{3}$ .

**Câu 57:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ , tam giác  $SBC$  vuông tại  $S$ ,  $AB = SC = a, AC = SB = a\sqrt{3}$ . Thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp là:

- A.  $\frac{4\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$ .      B.  $\frac{4\pi a^3}{3}$ .      C.  $\frac{4\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$ .      D.  $2\pi a^3$ .





**Câu 58:** Cho mặt cầu (S) tâm O bán kính R và điểm H thỏa mãn  $OH = R$ , mp(P) chứa H và vuông góc với đường thẳng OH. Phát biểu nào sau đây là đúng ?

- A. Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S).
- B. Mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) không có điểm chung.
- C. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S), giao tuyến là một đường thẳng.
- D. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S), giao tuyến là một đường tròn.

**Câu 59:** Cho mặt cầu (S) tâm O bán kính R và điểm I thỏa mãn  $OI < R$ , (P) là mặt phẳng chứa I. Phát biểu nào sau đây là đúng ?

- A. Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S).
- B. Mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) không có điểm chung.
- C. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S), giao tuyến là một đường thẳng.
- D. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S), giao tuyến là một đường tròn.

**Câu 60:** Với d là khoảng cách từ tâm mặt cầu S (O, R) đến mặt phẳng (P) và  $d < R$ . Số điểm chung giữa mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) là:

- A. 1.
- B. 2.
- C. 0.
- D. Vô số.

**Câu 61:** Mp(P) cắt mặt cầu (O, R) theo một đường tròn. Phát biểu nào sau đây là đúng ?

- A. O là tâm đường tròn giao tuyến.
- B. Tâm đường tròn giao tuyến không thuộc (P).
- C. Tâm đường tròn giao tuyến là điểm đối xứng với O qua (P).
- D. Tâm đường tròn giao tuyến là hình chiếu vuông góc của O lên (P).

**Câu 62:** Cho mặt cầu tâm O đi qua ba điểm phân biệt A, B, C. Hình chiếu vuông góc của O lên mp(ABC) là :

- A. Trọng tâm tam giác ABC.
- B. Trực tâm tam giác ABC.
- C. Tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC.
- D. Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

**Câu 63:** Có bao nhiêu mặt cầu đi qua một đường tròn cho trước?

- A. 1
- B. Vô số
- C. 2
- D. 3

**Câu 64:** Cho mặt cầu (S) có tâm I bán kính  $R = 5$  và mặt phẳng (P) cắt (S) theo một đường tròn (C) có bán kính  $r = 3$ . Kết luận nào sau đây là sai:

- A. Tâm của (C) là hình chiếu vuông góc của I trên (P).
- B. (C) là giao tuyến của (S) và (P).
- C. Khoảng cách từ I đến (P) bằng 4.
- D. (C) là đường tròn giao tuyến lớn nhất của (P) và (S)

**Câu 65:** Cho mặt cầu (S) tâm O bán kính R và điểm I thỏa mãn  $OI < R$ , đường thẳng (d) chứa điểm I. Phát biểu nào sau đây là đúng ?

- A. Đường thẳng (d) tiếp xúc với mặt cầu (S).
- B. Đường thẳng (d) và mặt cầu (S) không có điểm chung.
- C. Đường thẳng (d) cắt mặt cầu (S), (d) và mặt cầu có hai điểm chung.
- D. Đường thẳng (d) cắt mặt cầu (S), (d) và mặt cầu có duy nhất một điểm chung.

**Câu 66:** Diện tích mặt cầu bán kính R gấp bao nhiêu lần diện tích hình tròn lớn của mặt cầu đó ?

- A. 4                      B. 3                      C. 2                      D.  $\frac{4}{3}$

**Câu 67:** Cho mặt cầu (S) tâm I bán kính  $R = 3$ . Mặt phẳng (P) cách tâm I một khoảng  $\sqrt{5}$ , cắt mặt cầu theo giao tuyến là đường tròn (C). Tính chu vi của (C).

- A.  $2\pi$                       B.  $4\pi$                       C.  $8\pi$                       D.  $10\pi$

**Câu 68:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh bằng  $2a$ . Gọi (C) là đường tròn giao tuyến của mặt phẳng (ABCD) và mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương. Tính bán kính của đường tròn (C).

- A.  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$                       B.  $a\sqrt{2}$                       C.  $2a\sqrt{2}$                       D.  $a\sqrt{3}$

**Câu 69:** Cho ba điểm A, B, C cùng nằm trên một mặt cầu (S), góc ACB bằng  $90^\circ$ ,  $AB = 4a$ . Khoảng cách từ tâm O của (S) đến mp(ABC) bằng a. Tính thể tích V của khối cầu.

- A.  $V = \frac{5\sqrt{5}\pi a^3}{3}$                       B.  $V = \frac{20\sqrt{5}\pi a^3}{3}$                       C.  $V = 20\pi a^2$                       D.  $V = \frac{20\pi a^3}{3}$

**Câu 70:** Cho mặt cầu tâm O. Một đường thẳng cách O một khoảng bằng nửa bán kính của mặt cầu, cắt mặt cầu tại A và B. Số đo của góc AOB bằng:

- A.  $45^\circ$                       B.  $60^\circ$                       C.  $90^\circ$                       D.  $120^\circ$

## **B2. TỰ LUẬN**

**Bài 1.** Cho một tứ diện đều có cạnh là a.

- Xác định tâm và bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện.
- Tính diện tích mặt cầu và thể tích khối cầu tương ứng.

**Bài 2.** Cho hình lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$  có tất cả các cạnh đều bằng a. Xác định tâm, bán kính và tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho.

**Bài 3.** Một hình nón đỉnh S có chiều cao  $SH = h$  và đường sinh bằng đường kính đáy. Một hình cầu có tâm là trung điểm O của đường cao SH và tiếp xúc với đáy hình nón.

- Xác định giao tuyến của mặt nón và mặt cầu.
- Tính diện tích của phần mặt nón nằm trong mặt cầu.
- Tính S mặt cầu và so sánh với diện tích toàn phần của mặt nón.

**Bài 4.** Cho một hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy là a, cạnh bên hợp với mặt đáy một góc  $60^\circ$ .

- Xác định tâm và bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.
- Tính diện tích mặt cầu và thể tích khối cầu tương ứng.

**Bài 5.** Hình chóp tứ giác đều S.ABCD có cạnh đáy a, góc giữa mặt bên và đáy là  $\alpha$ .

- Tính bán kính các mặt cầu ngoại tiếp và nội tiếp hình chóp.
- Tính giá trị của  $\tan \alpha$  để các mặt cầu này có tâm trùng nhau.

**Bài 6.** Cho tứ diện ABCD, biết  $AB = BC = AC = BD = a$ ,  $AD = b$ . Hai mặt phẳng (ACD) và (BCD) vuông góc với nhau.

- Chứng minh tam giác ACD vuông.
- Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện ABCD.

**Bài 7.** Cho hình cầu tâm  $O$  bán kính  $R$  và đường kính  $SS'$ . Một mặt phẳng vuông góc với  $SS'$  cắt hình cầu theo một đường tròn tâm  $H$ . Gọi  $ABC$  là tam giác đều nội tiếp trong đường tròn này. Đặt  $SH = x$  ( $0 < x < 2R$ ).

- Tính các cạnh của tứ diện  $SABC$  theo  $R, x$ .
- Xác định  $x$  để  $SABC$  là tứ diện đều, khi đó tính thể tích của tứ diện và chứng minh rằng các đường thẳng  $S'A, S'B, S'C$  đôi một vuông góc với nhau.

**Bài 8.** Trong mặt phẳng  $(P)$ , cho hình thang cân  $ABCD$  với  $AB = 2a, BC = CD = DA = a$ . Trên nửa đường thẳng  $Ax$  vuông góc với  $(P)$  ta lấy một điểm di động  $S$ . Một mặt phẳng qua  $A$  vuông góc với  $SB$ , cắt  $SB, SC, SD$  lần lượt tại  $P, Q, R$ .

- Chứng minh rằng bảy điểm  $A, B, C, D, P, Q, R$  luôn thuộc một mặt cầu cố định. tính diện tích của mặt cầu đó.
- Cho  $SA = a\sqrt{3}$ . Tính diện tích của tứ giác  $APQR$ .

**Bài 9.** Cho một đoạn thẳng  $IJ$  có chiều dài  $c$ . Trên đường thẳng vuông góc với  $IJ$  tại  $I$  ta lấy hai điểm  $A, A'$  đối xứng qua  $I$  và  $IA = IA' = a$ . Trên đường thẳng vuông góc với  $IJ$  tại  $J$  và không song song với  $AA'$  ta lấy hai điểm  $B, B'$  đối xứng qua  $J$  và  $JB = JB' = b$ .

- Chứng minh rằng tâm  $O$  của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện  $AA'B'B$  nằm trên đường thẳng  $IJ$ .
- Xác định tâm và tính bán kính của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện  $AA'B'B$  theo  $a, b, c$ .

**Bài 10.** Cho tứ diện  $ABCD$  với  $AB = AC = a, BC = b$ . Hai mặt phẳng  $(BCD)$  và  $(ABC)$  vuông góc với nhau và  $\angle BDC = 90^\circ$ . Xác định tâm và bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện  $ABCD$ .

**Bài 11.** Cho hình cầu bán kính  $R$ . Từ một điểm  $S$  bất kỳ trên mặt cầu, dựng ba cát tuyến bằng nhau, cắt mặt cầu tại  $A, B, C$  sao cho:  $\angle ASB = \angle ASC = \angle BSC = \alpha$ . Tính thể tích  $V$  của tứ diện  $SABC$  theo  $R$  và  $\alpha$ .

**Bài 12.** Cho tứ diện  $SABC$  có  $SA \perp (ABC)$ ,  $SA = a, AB = b, AC = c$ . Xác định tâm và tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện trong các trường hợp sau:

- $\angle BAC = 90^\circ$
- $\angle BAC = 60^\circ, b = c$
- $\angle BAC = 120^\circ, b = c$

