

CHUYÊN ĐỀ KHẢO SÁT HÀM SỐ

A – LÝ THUYẾT

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số bậc ba : $y = ax^3 + ax^2 + cx + d$ ($a \neq 0$)

- TXĐ : $D = R$
- Tính đạo hàm y' ; giải phương trình $y' = 0$ tìm $x \Rightarrow y$
- Tính giới hạn:
 Nếu $a > 0$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$; nếu $a < 0$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty$
- Lập bảng biến thiên (xét dấu y'), suy ra khoảng đồng biến, nghịch biến, điểm cực đại, cực tiểu của hàm số.
- Đồ thị :
 - Cho các điểm lân cận của điểm cực đại, cực tiểu .
 - Vẽ đồ thị: Chiều biến thiên là hình dạng của đồ thị. Đồ thị của hàm số có một tâm đối xứng.

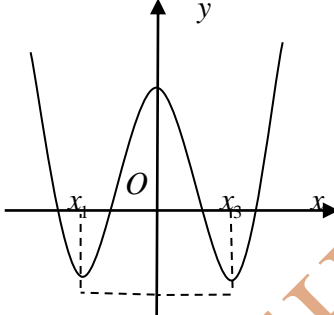
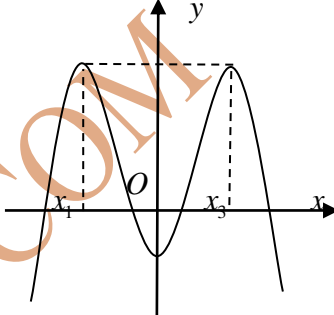
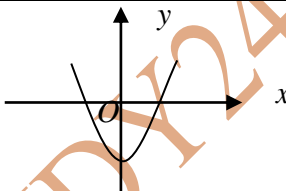
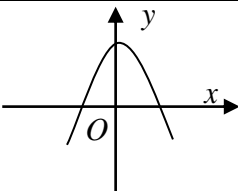
Các dạng đồ thị của hàm số bậc ba: $y = ax^3 + ax^2 + cx + d$ ($a \neq 0$)

	<i>Nếu $a > 0$</i>	<i>Nếu $a < 0$</i>
Nếu phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ + Hàm số có hai cực trị + Hàm số có 1 điểm uốn		
Nếu phương trình $y' = 0$ có nghiệm kép $x = x_1 = x_2$ + Hàm số có không có cực trị + Hàm số có 1 điểm uốn		
Nếu phương trình $y' = 0$ vô nghiệm + Hàm số có không có cực trị + Hàm số có 1 điểm uốn		

b) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số bậc bốn trùng phương: $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$)

- TXĐ : $D = R$
- Tính đạo hàm y' ; giải phương trình $y' = 0$ tìm $x \Rightarrow y$
- Tính giới hạn : nếu $a > 0$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty$; nếu $a < 0$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$
- Lập bảng biến thiên (xét dấu y'), suy ra khoảng đồng biến ,nghịch biến; điểm cực đại ,cực tiểu của hàm số
- Đồ thị :
 - Cho các điểm lân cận của điểm cực đại , cực tiểu .
 - Vẽ đồ thị :Chiều biến thiên là hình dạng của đồ thị . Đồ thị của hàm số đối xứng qua trục Oy .

Các dạng đồ thị của hàm số bậc bốn: $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$)

	Nếu $a > 0$	Nếu $a < 0$
Nếu phương trình $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt $x_1; x_2; x_3$. + Hàm số có ba cực trị		
Nếu phương trình $y' = 0$ có 1 nghiệm $x = 0$ + Hàm số có không có cực trị		

c) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm phân thức : $y = \frac{ax+b}{cx+d}$, ($a \neq 0, ad - bc \neq 0$)

- TXĐ : $D = R \setminus \left\{ -\frac{d}{c} \right\}$
- Tính đạo hàm $y' = \frac{ad - bc}{(cx + d)^2}$
 - $y' > 0; \forall x \neq -\frac{d}{c}$, nếu $ad - bc > 0$
 - $y' < 0; \forall x \neq -\frac{d}{c}$, nếu $ad - bc < 0$

- Tính giới hạn và kết luận các đường tiệm cận :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \frac{a}{c} ; \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \frac{a}{c} \Rightarrow y = \frac{a}{c} \text{ là tiệm cận ngang}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{d}{c}} y = \pm\infty \quad \text{or} \quad \lim_{x \rightarrow -\frac{d}{c}} y = \pm\infty \Rightarrow x = -\frac{d}{c} \text{ là tiệm cận đứng}$$

- Lập bảng biến thiên :

- **Vẽ đồ thị :**

- **Xác định điểm đặc biệt :**

+ Tìm giao điểm của đồ thị với trục tung (nếu có): Cho $x = 0 \Rightarrow y = \frac{b}{d}$

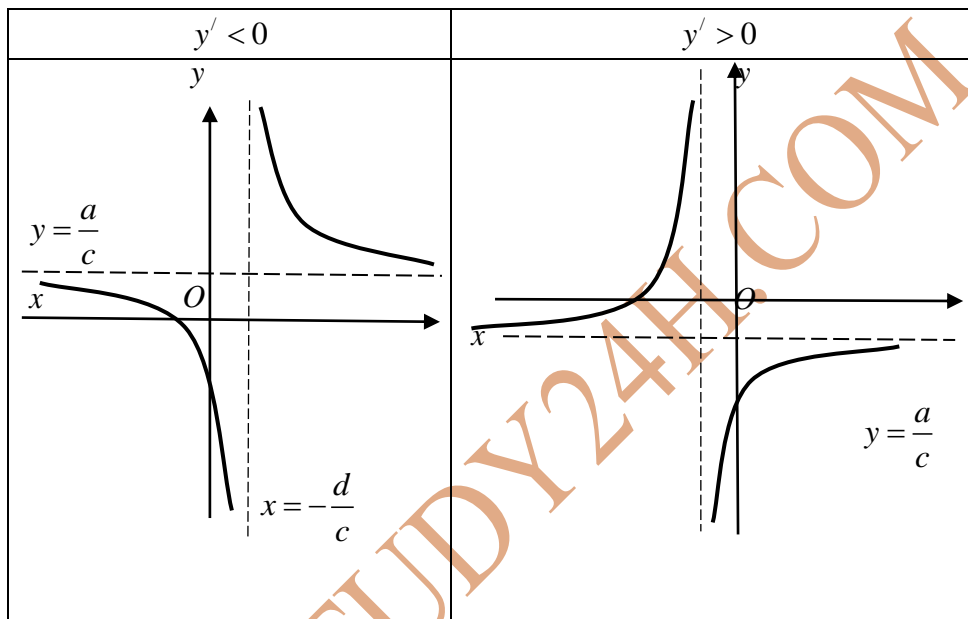
+ Tìm giao điểm của đồ thị với trục hoành (nếu có): Cho $y = 0 \Leftrightarrow ax + b = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{b}{a}$

+ Chiều biến thiên là hình dạng của đồ thị .

+ Đồ thị gồm hai nhánh đối xứng nhau qua giao điểm của hai đường tiệm cận hay điểm $I\left(-\frac{d}{c}; \frac{a}{c}\right)$.

+ Ta vẽ hai đường tiệm cận trước, rồi vẽ 2 nhánh riêng biệt đối xứng nhau qua I .

Các dạng đồ thị của hàm phân thức: $y = \frac{ax+b}{cx+d}, (a \neq 0, ad - bc \neq 0)$



5) Các bài toán liên quan đến khảo sát hàm số

a) Dựa vào đồ thị biện luận theo tham số m số nghiệm của phương trình cho trước $g(x, m) = 0$

(1)

Cách giải :

- Đưa phương trình (1) về dạng : $f(x) = Am + B$, trong đó $y = f(x)$ là đồ thị (C) đã vẽ và $y = Am + B$ (d) là đường thẳng song song hoặc trùng với trục Ox .
- Số nghiệm của phương trình (1) là số hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và (d)
- Dựa vào đồ thị biện luận, thường dựa vào y_{CD} và y_{CT} của hàm số để biện luận .

b) Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm $M(x_0; y_0) \in (C)$

Cách giải :

Phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) của hàm số $y = f(x)$ tại điểm $M(x_0; y_0) \in (C)$ có dạng:

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0 \quad (2).$$

Thế $x_0; y_0; f'(x_0)$ đã cho hoặc vừa tìm vào (2) ta được tiếp tuyến cần tìm.

c) Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = f(x)$ biết tiếp tuyến có hệ số góc k cho trước:

Cách giải :

Phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) của hàm số $y = f(x)$ có dạng: $y = k(x - x_0) + y_0$ (3)

Gọi $M(x_0; y_0)$ là tọa độ tiếp điểm. Do tiếp tuyến có hệ số góc k nên $f'(x_0) = k$, giải phương trình tìm được $x_0 \Rightarrow y_0 = f(x_0)$. Suy ra phương trình tiếp tuyến (3)

d) Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) của hàm số $y = f(x)$ biết tiếp tuyến song song hoặc vuông góc với một đường thẳng cho trước.

Cách giải : Phương trình tiếp tuyến có dạng: $y = k(x - x_0) + y_0$ (4)

Gọi $M(x_0; y_0)$ là tọa độ tiếp điểm.

- Nếu tiếp tuyến song song với đường thẳng $d: y = ax + b$ thì $f'(x_0) = a$, giải pt tìm được $x_0 \Rightarrow y_0 = f(x_0)$.
Kết luận phương trình tiếp tuyến.
- Nếu tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $d: y = ax + b$ thì $f'(x_0) \cdot a = -1 \Leftrightarrow f'(x_0) = -\frac{1}{a}$.
Giải phương trình này tìm được $x_0 \Rightarrow y_0 = f(x_0)$. Kết luận phương trình tiếp tuyến.

e) Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[a; b]$:

Cách giải :

- Tính $f'(x)$, giải phương trình $f'(x) = 0$ tìm nghiệm $x_0 \in [a; b]$; Tính các giá trị: $f(a); f(x_0); f(b)$
- Kết luận: $\max_{[a; b]} f(x) = \max \{f(a); f(x_0); f(b)\}$; $\min_{[a; b]} f(x) = \min \{f(a); f(x_0); f(b)\}$

f) Tìm tham số m để hàm số $y = f(x)$ có cực trị (cực đại, cực tiểu) :

Cách giải :

- Tính đạo hàm y' , tính Δ hoặc Δ' của y' .
- Để hàm số có cực đại, cực tiểu thì phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt: $\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta > 0 \end{cases} \rightarrow m$

g) Tìm tham số m để hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại $x = x_0$:

Cách giải :

- Tính đạo hàm $y' = f'(x)$;
- Hàm số đạt cực trị tại $x = x_0 \Leftrightarrow f'(x_0) = 0$

h) Tìm tham số m để hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = x_0$:

Cách giải :

- Tính đạo hàm $y' = f'(x)$; Tính đạo hàm $y'' = f''(x)$;
- Hàm số đạt cực đại tại $x = x_0$: $\begin{cases} f'(x_0) = 0 \\ f''(x_0) < 0 \end{cases} \rightarrow m$

i) Tìm tham số m để hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = x_0$:

Cách giải:

- Tính đạo hàm $y' = f'(x)$; Tính đạo hàm $y'' = f''(x)$
- Hàm số đạt cực tiểu tại $x = x_0$: $\begin{cases} f'(x_0) = 0 \\ f''(x_0) > 0 \end{cases} \rightarrow m$

k) Tìm tham số m để hàm số $y = f(x)$ luôn đồng biến hoặc nghịch biến trên TXĐ D của nó.

Cách giải:

- Tìm TXĐ D của hàm số $y = f(x)$.
- Tính đạo hàm $y' = f'(x)$, tính Δ hoặc Δ' của y' .

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên D: $y' \geq 0 \quad \forall x \in D \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases} \rightarrow m$

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên D: $y' \leq 0 \quad \forall x \in D \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases} \rightarrow m$

l) Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực đại, cực tiểu của hàm số $y = f(x)$

Cách giải 1:

- Tìm điểm cực đại $A(x_A; y_A)$ và điểm cực tiểu $B(x_B; y_B)$ của hàm số $y = f(x)$
- Viết phương trình đường thẳng AB: $\frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A}$

Cách giải 2: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$

- Tính y' . Viết lại $y = y'.g(x) + h(x)$. Gọi x_1, x_2 lần lượt là hai điểm cực trị, ta có:
 $y'(x_1) = 0; y'(x_2) = 0$.
- Khi đó, đường thẳng đi qua hai điểm cực trị là $y = h(x)$.

Note: Cho hàm số hữu tỷ $y = \frac{f(x)}{g(x)}$, đường thẳng đi qua hai điểm cực trị là $y = \frac{f'(x)}{g'(x)}$.

B – BÀI TẬP

Dạng 1. Các bài toán liên quan đến tính đơn điệu và tiếp tuyến

Câu 1: Cho (C) là đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + x - 1}{x + 1}$. Phương trình tiếp tuyến của (C) qua điểm $M(0; -5)$

là

- A. $y = -8x - 5$
- B. $y = -5$
- C. $y = -5; y = -8x - 5$
- D. $y = 5; y = 8x + 5$

Câu 2: Cho (C_m) là đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + mx^2 + m^2(m - 1)$. (C_m) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt thì điều kiện của m là

- A. $m = 0$
- B. $m > 1$
- C. $m < 1$
- D. $m = 1$

Câu 3: Cho (C) là đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 2$. Số tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $y = -9x$ là

- A. 1
- B. 3
- C. 4
- D. 2

Câu 4: Cho (C) là đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$. Viết phương trình tiếp tuyến của (C) , biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = -3x + 15$ là

- A. $y = -3x + 11$; $y = -3x - 1$ B. $y = -3x + 11$
C. $y = -3x - 1$ D. $y = 3x + 11$

Câu 5: Cho (C) là đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + x - 1}{x - 1}$. Tìm các điểm trên (C) mà tiếp tuyến tại mỗi điểm ấy với (C) vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cực đại, cực tiểu

- A. $M(1; -3)$ B. $M\left(1 - \frac{\sqrt{6}}{3}; 3 - \frac{5\sqrt{6}}{6}\right)$
C. $M_1\left(1 + \frac{\sqrt{6}}{3}; 3 + \frac{5\sqrt{6}}{6}\right); M_2\left(1 - \frac{\sqrt{6}}{3}; 3 - \frac{5\sqrt{6}}{6}\right)$ D. Không có điểm M nào

Câu 6: Cho hàm số $y = \frac{x+3}{x+1}$ (C). Tìm m để đường thẳng $d: y = 2x + m$ cắt (C) tại 2 điểm M, N sao cho độ dài MN nhỏ nhất

- A. $m = 1$ B. $m = 2$ C. $m = 3$ D. $m = -1$

Câu 7: Tìm m để phương trình $\frac{-x^2 + x + m}{x + m} = x - 1$ có 2 nghiệm phân biệt:

- A. $\begin{cases} m < -6 - 4\sqrt{2} \\ m > 6 + 4\sqrt{2} \end{cases}$ B. $m = 6 + 4\sqrt{2}$ C. $m > -6 - 4\sqrt{2}$ D. $m < 6 + 4\sqrt{2}$

Câu 8: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 2$. Phương trình tiếp tuyến tại điểm có hoành độ là nghiệm của phương trình $y'' = 0$ là: Chọn 1 câu đúng

- A. $y = x - \frac{7}{3}$ B. $y = -x + \frac{7}{3}$ C. $y = -x - \frac{7}{3}$ D. $y = \frac{7}{3}x$

Câu 9: Phương trình $x^3 - 3x = m^2 + m$ có 3 nghiệm phân biệt khi:

- A. $-2 < m < 1$ B. $-1 < m < 2$ C. $m < 1$ D. $m > -21$

Câu 10: Cho (C_m) là đồ thị hàm số $y = x^4 - (2m + 1)x^2 + 2m + 1$. (C_m) cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt thì điều kiện của m là

- A. $m > -\frac{1}{2}$ B. $0 \neq m > -\frac{1}{2}$ C. $m < \frac{1}{2}$ D. $m = -\frac{1}{2}$

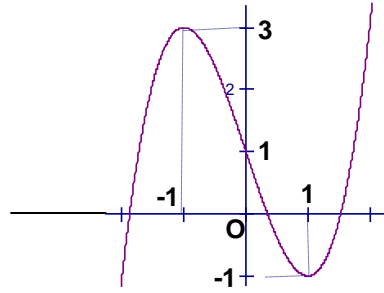
Câu 11: Cho hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + 4x^2 - 5x - 17$. Phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Khi đó tổng $x_1 + x_2$ bằng ?

- A. -8 . B. 8 C. 5 D. -5

Câu 12: Cho (C) là đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$. Điểm $M \in (C)$ có hoành độ $x_M = 0$, Δ là đường thẳng qua M và có hệ số góc. Xác định k để Δ cắt (C) tại 3 điểm phân biệt:

- A. $k = -3$ B. $k > 1$ C. $k > -3$ D. $k < 1$

Câu 13: Đồ thị sau đây là của hàm số $y = x^3 - 3x + 1$. Với giá trị nào của m thì phương trình: $x^3 - 3x - m = 0$ có ba nghiệm phân biệt. Chọn 1 câu đúng.



- A. $-2 \leq m < 2$ B. $-1 < m < 3$ C. $-2 < m < 3$ D. $-2 < m < 2$

Câu 14: Số giao điểm của đường cong $y = x^3 - 2x^2 + x - 1$ và đường thẳng $y = 1 - 2x$ là:

- A. 2 B. 1 C. 0 D. 3

Câu 15: Gọi M là giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x-2}$ với trục Oy. Phương trình tiếp tuyến với đồ thị trên tại điểm M là:

- A. $y = -\frac{3}{4}x - \frac{1}{2}$ B. $y = \frac{3}{4}x + \frac{1}{2}$ C. $y = \frac{3}{4}x - \frac{1}{2}$ D. $y = -\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}$

Câu 16: Giá trị của m để đường thẳng $y = m - 2x$ cắt đường cong $y = \frac{2x+4}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt là:

- A. $m < 16$ B. $m < -4; m > 4$ C. $-4 < m < 4$ D. $m > 4$

Câu 17: Giá trị của m để đường thẳng $y = 2x + m$ cắt đường cong $y = \frac{x+1}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt A,

B sao cho đoạn AB ngắn nhất là:

- A. $m = -1$ B. $m = 1$ C. $m = 2$ D. $m = -2$

Câu 18: Cho hàm số $y = -x^4 - 2x^2 - 1$. Số giao điểm của đồ thị hàm số với trục Ox bằng :

- A. 0 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 19: Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 3$ có đồ thị (C). Số tiếp tuyến của (C) vuông góc với đường thẳng $y = \frac{1}{9}x + 2017$ là:

- A. 1 B. 2 C. 0 D. 3

Câu 20: Giá trị của m để đường cong $y = (x-1)(x^2 + x + m)$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt là:

- A. $m \in \left(-2; \frac{1}{4}\right)$ B. $m \in \left(-\infty; \frac{1}{4}\right) \setminus \{-2\}$
 C. $m \in \left(\frac{1}{4}; +\infty\right)$ D. $m \in \left(-\frac{1}{4}; 2\right)$

Câu 21: Phương trình các tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2 + x$ đi qua điểm M(1;0) là:

- A. $\begin{cases} y = x - 1 \\ y = \frac{-1}{4}x + \frac{1}{4} \end{cases}$ B. $\begin{cases} y = 0 \\ y = \frac{1}{4}x - \frac{1}{4} \end{cases}$ C. $\begin{cases} y = 0 \\ y = \frac{-1}{4}x + \frac{1}{4} \end{cases}$ D. $\begin{cases} y = x - 1 \\ y = \frac{1}{4}x - \frac{1}{4} \end{cases}$

Câu 22: Đồ thị hàm số: $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{1-x}$ có 2 điểm cực trị nằm trên đường thẳng $y = ax + b$ với:

$a + b = ?$

- A. 4 B. -4 C. 2 D. -2

Câu 23: Cho (C) là đồ thị hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2$. Có bao nhiêu tiếp tuyến với (C) song song với đường thẳng $y = 9x + 10$

- A. 1 B. 3 C. 4 D. 2

Câu 24: Trong các tiếp tuyến tại các điểm trên đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$, tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất bằng:

- A. 0 B. 3 C. - 4 D. - 3

Câu 25: Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} - 1$ tại điểm có hoành độ $x_0 = - 1$ bằng: Chọn 1 câu đúng

- A. 0 B. Đáp số khác C. 2 D. -2

Câu 26: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ (C). Tìm phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C), biết tiếp tuyến đó song song với đường thẳng $y = 3x - 1$

- A. $y = 3x + 1$ B. $y = 3x - \frac{29}{3}$ C. Câu A và B đúng D. $y = 3x + 20$

Câu 27: Cho (C) là đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 3}{2x - 2}$. Tìm m để đường thẳng $y = m$ cắt (C) tại 2 điểm phân biệt A, B sao cho $AB = 2$

- A. $m = 1$ B. $m = \frac{-1 - 2\sqrt{2}}{2}; m = \frac{-1 + 2\sqrt{2}}{2}$
 C. $m = -1$ D. $m = 2$

Câu 28: Đường thẳng $y = 3x + m$ là tiếp tuyến của đường cong $y = x^3 + 2$ khi m bằng

- A. 1 hoặc -1 B. 4 hoặc 0 C. 2 hoặc -2 D. 3 hoặc -3

Câu 29: Hàm số $y = \frac{x^2 - x + 4}{x + 1}$ có đồ thị (C). Trên (C) có bao nhiêu điểm có tọa độ là những số nguyên dương

- A. 2 điểm B. 3 điểm C. 4 điểm D. 5 điểm

Câu 30: Từ đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$. Xác định m để phương trình $x^3 - 3x + 1 = m$ có 3 nghiệm thực phân biệt

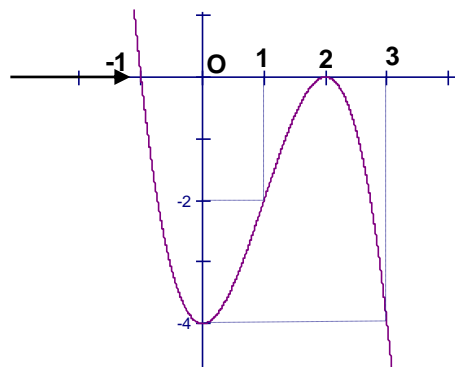
- A. $1 < m < 2$ B. $-1 < m < 7$ C. $0 < m < 4$ D. $0 < m < 4$

Câu 31: Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{4}{x - 1}$ tại điểm có hoành độ $x_0 = - 1$ có phương trình là:

Chọn 1 câu đúng

- A. $y = - x - 3$ B. $y = x - 1$ C. $y = x + 2$ D. $y = - x + 2$

Câu 32: Đồ thị sau đây là của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 4$. Với giá trị nào của m thì phương trình $x^3 - 3x^2 + m = 0$ có hai nghiệm phân biệt. Chọn 1 câu đúng.



- A. $m = -4 \vee m = 0$ B. $m = -4 \vee m = 4$ C. $m = 4 \vee m = 0$ D. Một kết quả khác

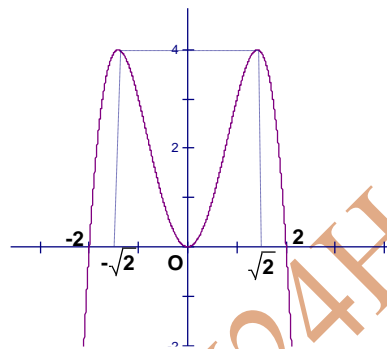
Câu 33: Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 4$. Tìm m để phương trình: $x^2(x^2 - 2) + 3 = m$ có hai nghiệm phân biệt?

- A. $m > 3 \vee m = 2$ B. $m > 3 \vee m < 2$ C. $m < 2$ D. $m < 3$

Câu 34: Cho (C) là đồ thị hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$. Tìm m để parabol có phương trình $y = -\frac{3}{4}x^2 + 4 - m^2$ tiếp xúc với (C)

- A. $m = 0$ B. $m = -1$ C. $m = 2$ D. $m = 1$

Câu 35: Đồ thị sau đây là của hàm số $y = -x^4 + 4x^2$. Với giá trị nào của m thì phương trình $x^4 - 4x^2 + m - 2 = 0$ có bốn nghiệm phân biệt? Chọn 1 câu đúng.



- A. $0 < m < 4$ B. $0 \leq m \leq 6$ C. $2 < m < 6$ D. $0 \leq m < 4$

Câu 36: Cho đường cong $y = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$ có đồ thị (C). Phương trình tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của (C) với trục tung là: Chọn 1 câu đúng

- A. $y = 8x + 1$ B. $y = 3x + 1$ C. $y = -8x + 1$ D. $y = 3x - 1$

Câu 37: Cho hàm số $y = x^3 - 8x$. Số giao điểm của đồ thị hàm số với trục hoành là: Chọn 1 câu đúng

- A. 0 B. 2 C. 3 D. 1

Câu 38: Hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x$ có đồ thị (C) và đường thẳng $(d_m): y = mx$. (C) và (d_m) cắt nhau tại 3 điểm phân biệt thì

- A. $m \neq 9$ B. $m < 0$ C. $m > 0; m \neq 9$ D. $m > 0$

Câu 39: Cho đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2 + 2x$ có đồ thị (C). Gọi x_1, x_2 là hoành độ các điểm M, N trên (C), mà tại đó tiếp tuyến của (C) vuông góc với đường thẳng $y = -x + 2007$. Khi đó $x_1 + x_2$ bằng:

- A. $\frac{4}{3}$ B. -1 C. 5 D. $-\frac{4}{3}$

Câu 40: Cho (C) là đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$. Gọi I là giao điểm của hai đường tiệm cận của (C).

Tìm các điểm M thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại M vuông góc với đường thẳng IM

- A. $M(2;3)$ B. Không có điểm M nào
C. $M(0;1)$ D. $M_1(2;3); M_2(0;1)$

Câu 41: Các đồ thị của hai hàm số $y = 3 - \frac{1}{x}$ và $y = 4x^2$ tiếp xúc với nhau tại điểm M có hoành độ là.

- A. $x = -1$ B. $x = 1$ C. $x = 2$ D. $x = 1/2$

Câu 42: Gọi M và N là giao điểm của đường cong $y = \frac{7x+6}{x-2}$ và đường thẳng $y = x + 2$. Khi đó hoành độ trung điểm I của đoạn MN bằng: Chọn 1 câu đúng

- A. $\frac{7}{2}$ B. 3 C. $-\frac{7}{2}$ D. 7

Câu 43: Tiếp tuyến của parabol $y = 4 - x^2$ tại điểm $(1;3)$ tạo với hai trục tọa độ một tam giác vuông. Diện tích tam giác vuông đó là:

- A. $\frac{5}{2}$ B. $\frac{25}{2}$ C. $\frac{5}{4}$ D. $\frac{25}{4}$

Câu 44: Giá trị của m để đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{mx^2 + x + m}{x - 1}$ cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương là:

- A. $m < \frac{-1}{2}; m > \frac{1}{2}$ B. $\frac{-1}{2} < m < 0$ C. $\frac{-1}{2} < m < \frac{1}{2}$ D. $0 < m < \frac{1}{2}$

Câu 45: Tiếp tuyến tại điểm cực tiểu của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 5$. Chọn 1 câu đúng

- A. Song song với đường thẳng $x = 1$. B. Song song với trục hoành
C. Có hệ số góc dương D. Có hệ số góc bằng -1

Dạng 2: Bài toán liên quan đến tiệm cận ĐTHS

Câu 1: Cho (C) là đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 3x + 2}{x - 1}$. Tìm các điểm trên (C) mà tiếp tuyến tại đó với (C) vuông góc với tiệm cận xiên

- A. $(2;12)$ B. $(0;0)$
C. $(1 + \sqrt{3}; 5 + 3\sqrt{3})$ và $(1 - \sqrt{3}; 5 - 3\sqrt{3})$ D. $(-2;0)$

Câu 2: Cho (C) là đồ thị hàm số $y = \frac{x + 1}{x - 2}$. Tìm các điểm trên (C) sao cho tổng khoảng cách từ điểm đó đến 2 tiệm cận là nhỏ nhất:

- A. $(1;1)$ B. $(1 + \sqrt{3}; 1 + \sqrt{3})$
C. $(1 - \sqrt{3}; 1 - \sqrt{3})$ D. $(2 + \sqrt{3}; 1 + \sqrt{3})$ và $(2 - \sqrt{3}; 1 - \sqrt{3})$

Câu 3: Cho hàm số $y = \frac{2x - 3}{x - 2}$ có đồ thị (C). Tìm trên (C) những điểm M sao cho tiếp tuyến tại M của (C) cắt hai tiệm cận của (C) tại A, B sao cho AB ngắn nhất:

- A. $(0; \frac{3}{2}), (1; -1)$ B. $(-1; \frac{5}{3}), (3; 3)$
C. $(3; 3), (1; 1)$ D. $(4; \frac{5}{2}), (3; 3)$

Câu 4: Hàm số $y = \frac{2x + 1}{x - 1}$ có đồ thị (C). Tìm các điểm trên (C) có tổng khoảng cách của 2 tiệm cận đến (C) bằng 4:

- A. $(2; 5), (0; -1), (4; 3), (-2; 1)$ B. $(2; 5), (0; -1)$
C. $(4; 3), (-2; 1)$ D. $(2; 5), (4; 3)$

Câu 5: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{3x + 1}{x^2 - 4}$

- A. 3 B. 2 C. 1 D. 4

Câu 6: Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$. Đồ thị hàm số có tâm đối xứng là điểm

- A. (1; 2) B. (2; 1) C. (1; -1) D. (-1; 1)

Câu 7: Cho hàm số $y = \frac{3}{x-2}$. Số tiệm cận của đồ thị hàm số bằng

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 8: Đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{2x+1}$

- A. Nhận điểm $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ là tâm đối xứng B. Nhận điểm $\left(-\frac{1}{2}; 2\right)$ làm tâm đối xứng

- C. Không có tâm đối xứng D. Nhận điểm $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ làm tâm đối xứng

Câu 9: Cho đường cong (C): $y = \frac{\sqrt{x^2-5x+6}}{x}$. Tìm phương án đúng:

- A. (C) chỉ có tiệm cận đứng B. (C) có tiệm cận xiên
C. (C) có hai tiệm cận D. (C) có ba tiệm cận

Câu 10: Để đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2-3mx+1}{x-m}$ có tiệm cận xiên thì m phải thỏa mãn:

- A. $m \neq \pm 2$ B. $m \neq 0$ C. $m \neq \pm 1$ D. $m \neq \pm 4$

Câu 11: Đồ thị hàm số $y = x^4 - x^2 + 1$ có bao nhiêu tiệm cận:

- A. 0 B. 1 C. 3 D. 2

Câu 12: Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2+x+1}{-5x^2-2x+3}$ có bao nhiêu tiệm cận:

- A. 1 B. 3 C. 4 D. 2

Câu 13: Cho đường cong $y = \frac{2x+3}{x+1}$ (C) và 3 điểm A, B, C nằm trên (C) có hoành độ tương ứng là 1,35; -0,28; 3,12. Giả sử d_1, d_2, d_3 tương ứng là tích các khoảng cách từ A, B, C đến hai tiệm cận của (C). Lựa chọn đáp án đúng.

- A. $d_2 = 3$ B. $d_1 = 4$
C. Cả ba phương án kia đều sai D. $d_3 = 5$

Câu 14: Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x-2}$ có đồ thị (C) có hai điểm phân biệt P, Q tổng khoảng cách từ P hoặc Q

tới hai tiệm cận là nhỏ nhất. Khi đó PQ^2 bằng:

- A. 32 B. 50 C. 16 D. 18

Câu 15: Cho hàm số $y = \frac{x^2-x+1}{x-1}$ có đồ thị (C). Đường thẳng $y = m$ cắt (C) tại P, Q thì trung điểm E

của đoạn thẳng PQ thuộc đường thẳng:

- A. $y = x+1$ B. $y = 2x+1$ C. $y = x-1$ D. $y = 2x-1$

Câu 16: Hàm số nào có đồ thị nhận đường thẳng $x = 2$ làm đường tiệm cận:

A. $y = x - 2 + \frac{1}{x+1}$

B. $y = \frac{1}{x+1}$

C. $y = \frac{2}{x+2}$

D. $y = \frac{5x}{2-x}$

Câu 17: Cho hàm số $y = 5x + 3 + \sqrt{x^2 - 4x + 5}$. Đồ thị hàm số có tiệm cận xiên bên trái là:

A. $y = 5x + 8$

B. $y = 4x + 8$

C. $y = 4x + 5$

D. $y = 4x$

Câu 18: Phương trình các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$ là:

A. $y = 1$ và $x = -2$

B. $y = x+2$ và $x = 1$

C. $y = 1$ và $x = 1$

D. $y = -2$ và $x = 1$

Câu 19: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{1-x}{1+x}$ là:

A. 1

B. 2

C. 3

D. 0

