

CHUYÊN ĐỀ 2. TỔ HỢP**A. LÝ THUYẾT****1. Quy tắc cộng**

Một công việc nào đó có thể được thực hiện theo k phương án khác nhau mà mỗi phương án có số cách thực hiện lần lượt là n_1, n_2, \dots, n_k . Nếu các phương án là độc lập với nhau tức là không có cách thực hiện nào xuất hiện trong hai phương án trở lên thì công việc đó có $n = n_1 + n_2 + \dots + n_k$ cách thực hiện.

2. Quy tắc nhân

Một công việc nào đó có thể được thực hiện lần lượt qua k giai đoạn để hoàn thành. Nếu giai đoạn thứ i có n_i cách thực hiện và ứng với mỗi giai đoạn sau đó có n_{i+1} cách thực hiện thì công việc đó có $n = n_1 \cdot n_2 \cdot \dots \cdot n_k$ cách thực hiện.

3. Hoán vị

Cho tập hợp gồm n phần tử, n là số nguyên dương, mỗi cách xếp n phần tử này theo một thứ tự nào đó gọi là một hoán vị của n phần tử.

Số các hoán vị của n phần tử là $P_n = n!$

4. Chỉnh hợp

Cho tập hợp A gồm n phần tử, n là số nguyên dương. Từ đó, chọn ra k phần tử sao cho k là số nguyên dương không lớn hơn n , đồng thời sắp k phần tử đó theo thứ tự. Mỗi cách chọn như trên gọi là chỉnh hợp chập k của n phần tử. Số chỉnh hợp chập k của n phần tử:

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

5. Tổ hợp

Cho tập A gồm n phần tử, n là số nguyên dương. Mỗi tập con gồm k phần tử của A , k là số nguyên dương không lớn hơn n , được gọi là một tổ hợp chập k của n phần tử. Số các tổ hợp chập k của n phần tử:

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

6. Các bài toán về công thức tổ hợp và nhị thức Newton

Một số công thức thường dùng trong các bài tập dạng này như sau:

$$C_n^k = C_n^{n-k}$$

$$C_n^k + C_n^{k+1} = C_{n+1}^{k+1}, (n > 1)$$

$$kC_n^k = nC_{n-1}^{k-1} \quad (*)$$

$$\frac{1}{k+1}C_n^k = \frac{1}{n+1}C_{n+1}^{k+1}$$

$$2^n = C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^n$$

$$2^{n-1} = C_n^0 + C_n^2 + C_n^4 \dots + C_n^{2\left[\frac{n}{2}\right]}$$

$$2^{n-1} = C_n^1 + C_n^3 + C_n^5 \dots + C_n^{2\left[\frac{n-1}{2}\right]+1}$$

Công thức nhị thức Newton: Với a, b là các số thực và n là số nguyên dương, ta có:

$$(a + b)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k a^{n-k} b^k = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + \dots + C_n^k a^{n-k} b^k + \dots + C_n^n b^n. (1)$$

Quy ước $a^0 = b^0 = 1$

Các dạng khai triển cơ bản nhị thức Newton:

$$(x + 1)^n = C_n^0 x^n + C_n^1 x^{n-1} + C_n^2 x^{n-2} + \dots + C_n^k x^{n-k} + \dots + C_n^{n-1} x + C_n^n$$

$$(1 + x)^n = C_n^0 + C_n^1 x + C_n^2 x^2 + \dots + C_n^k x^k + \dots + C_n^{n-1} x^{n-1} + C_n^n x^n$$

$$(x - 1)^n = C_n^0 - C_n^1 x + C_n^2 x^2 - \dots + (-1)^k C_n^k x^k + \dots + (-1)^{n-1} C_n^{n-1} x^{n-1} + (-1)^n C_n^n x^n$$

a) Xác định điều kiện của số hạng thỏa mãn yêu cầu cho trước

Phương pháp chung:

- Xác định số hạng tổng quát của khai triển $T^{k+1} C_n^k a^{n-k} b^k$ (số hạng thứ $k + 1$).
- Từ T^{k+1} kết hợp với yêu cầu bài toán ta thiết lập một phương trình (thông thường theo biến k).
- Giải phương trình để tìm kết quả.

b) Phương pháp tìm hệ số lớn nhất trong khai triển

- Áp dụng khai triển $(a + b)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k a^{n-k} b^k$
- Xác định số hạng tổng quát $C_n^k a^{n-k} b^k$ suy ra hệ số tổng quát là một dãy số theo a_k .
- Xét tính tăng giảm của a_k từ đó tìm được k tương ứng. Suy ra hệ số lớn nhất trong khai triển.

B. BÀI TẬP

B1. TRẮC NGHIỆM

Dạng 1. Bài toán đếm với quy tắc cộng, quy tắc nhân

Bài 1. Từ thành phố A đến thành phố B có 3 con đường, từ thành phố B đến thành phố C có 2 con đường, từ thành phố C đến thành phố D có 2 con đường, từ thành phố A đến C có 4 con đường. Không có con đường nào nối trực tiếp thành phố B với D hoặc nối A đến D. Số đường đi khác nhau từ thành phố A đến D là

- A. 32 B. 20 C. 36 D. 48

Bài 2. Số các số tự nhiên nhỏ hơn 200000, chia hết cho 3, có thể được viết bởi các chữ số 0, 1, 2 là

- A. N = 162 B. N = 144 C. N = 216 D. N = 243

Bài 3. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được số các số gồm 3 chữ số là

- A. $N = 250$ B. $N = 268$ C. $N = 294$ D. $N = 300$

Bài 4. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được số các số gồm 5 chữ số đôi một khác nhau và chia hết cho 2 là

- A. $N = 1080$ B. $N = 1260$ C. $N = 1120$ D. 1320

Bài 5. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được số các số gồm 6 chữ số đôi một khác nhau và chia hết cho 5 là

- A. 1320 B. 1440 C. 1280 D. 2560

Bài 6. Có 20 đội bóng đá tham gia tranh cúp vô địch ngoại hạng Anh. Cứ 2 đội phải đấu với nhau 2 trận gồm một trận lượt đi và một trận lượt về. Sau mỗi vòng thì mỗi đội đã đá thêm một trận. Số trận và số vòng lần lượt là

- A. 380 và 19 B. 380 và 38 C. 190 và 19 D. 190 và 38

Bài 7. Số palindrom là số mà nếu ta viết các chữ số theo thứ tự ngược lại thì giá trị của nó không thay đổi. Ví dụ: 12521 là một số palindrom. Có bao nhiêu số palindrom gồm 5 chữ số?

- A. $N = 1800$ B. $N = 2400$ C. $N = 900$ D. $N = 1200$

Bài 8. Một bó hoa gồm có 5 bông hồng trắng, 6 bông hồng đỏ và 7 bông hồng vàng. Hỏi có mấy cách chọn lấy 3 bông hoa gồm đủ ba màu?

- A. $N = 120$ B. $N = 240$ C. $N = 320$ D. $N = 210$

Bài 9. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được số các số có 3 chữ số đôi một khác nhau là

- A. $N = 60$ B. $N = 30$ C. $N = 125$ D. $N = 25$

Bài 10. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được số các số chẵn có 3 chữ số là

- A. $N = 144$ B. $N = 105$ C. $N = 248$ D. $N = 168$

Bài 11. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được số các số có hai chữ số mà cả hai chữ số đều chẵn là

- A. $N = 20$ B. $N = 12$ C. $N = 16$ D. $N = 25$

Bài 12. Số các số có 3 chữ số đôi một khác nhau chia hết cho cả 2 và 5 là

- A. $N = 72$ B. $N = 36$ C. $N = 81$ D. $N = 90$

Bài 13. Một người có 7 cái áo trong đó có 3 áo trắng và 5 cái cà vạt trong đó có 2 cà vạt màu vàng. Số cách chọn một áo và một cà vạt sao cho đã chọn áo trắng thì không chọn cà vạt màu vàng là

- A. $N = 35$ B. $N = 18$ C. $N = 29$ D. $N = 31$

Bài 14. Cho tập hợp $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Có bao nhiêu cặp sắp thứ tự (x, y) biết x và y đều thuộc A .

- A. $N = 15$ B. $N = 20$ C. $N = 25$ D. $N = 10$

Bài 15. Cho tập hợp $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Có bao nhiêu cặp sắp thứ tự (x, y) thỏa mãn x và y thuộc A sao cho $x + y = 6$.

- A. $N = 5$ B. $N = 6$ C. $N = 7$ D. $N = 8$

Bài 16. Số các số có 2 chữ số mà chữ số đứng trước lớn hơn chữ số đứng sau là

- A. $N = 50$ B. $N = 30$ C. $N = 65$ D. $N = 45$

Bài 17. Từ 6 chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được số các số lẻ gồm 2 chữ số là

- A. $N = 15$ B. $N = 18$ C. $N = 36$ D. $N = 30$

Bài 18. Từ 6 chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được số các số gồm 3 chữ số đôi một khác nhau không chia hết cho 5 là

- A. $N = 108$ B. $N = 121$ C. $N = 100$ D. $N = 120$

Bài 19. Từ 6 chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được số các số có 3 chữ số mà tổng các chữ số bằng số chẵn là

- A. $N = 108$ B. $N = 50$ C. $N = 100$ D. $N = 128$

Bài 20. Từ 6 chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được số các số có 2 chữ số khác nhau và chia hết cho 9 là

- A. $N = 6$ B. $N = 12$ C. $N = 8$ D. $N = 4$

Bài 21. Từ 0, 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được số các số có 3 chữ số đôi một khác nhau và không chia hết cho 5 là

- A. $N = 64$ B. $N = 30$ C. $N = 48$ D. $N = 120$

Bài 22. Từ 0, 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được số các số chẵn có 3 chữ số đôi một khác nhau và nhỏ hơn 300 là

- A. $N = 40$ B. $N = 20$ C. $N = 24$ D. $N = 36$

Bài 23. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được số các số có 3 chữ số đôi một khác nhau lớn hơn 300 và nhỏ hơn 500 là

- A. $N = 32$ B. $N = 40$ C. $N = 26$ D. $N = 44$

Bài 24. Số cách sắp xếp 4 viên bi đỏ có đánh dấu khác nhau và 4 viên bi đen có đánh dấu khác nhau xếp thành một dãy sao cho các màu xen kẽ nhau là

- A. $N = 1152$ B. $N = 1440$ C. $N = 1280$ D. $N = 1960$

Dạng 2. Bài toán rút gọn, giải phương trình

Bài 1. Kết quả rút gọn biểu thức $A = C_n^1 + 2 \frac{C_n^2}{C_n^1} + \dots + k \frac{C_n^k}{C_n^{k-1}} + \dots + n \frac{C_n^n}{C_n^{n-1}}$ là

- A. $n(n+1)/2$ B. $n(n+1)$ C. $n(n+2)/3$ D. $n(n-1)/3$

Bài 2. Giải phương trình $\frac{1}{C_4^x} - \frac{1}{C_5^x} = \frac{1}{C_6^x}$

- A. $x = 1$ B. $x = 2$ C. $x = 3$ D. $x = 4$

Bài 3. Giải phương trình $C_{10+x}^{x+4} = C_{10+x}^{2x-10}$

- A. $x = 8 \cup x = 6$ B. $x = 10 \cup x = 8$ C. $x = 8 \cup x = 14$ D. $x = 6 \cup x = 14$

Bài 4. Tìm số tự nhiên x thỏa mãn $A_{x-2}^2 + C_x^{x-2} = 101$

- A. $x = 10$ B. $x = 12$ C. $x = 6$ D. $x = 8$

Bài 5. Tìm số tự nhiên x thỏa $C_{8+x}^{x+3} = 5A_{x+6}^3$

- A. $x = 8 \cup x = 16$ B. $x = 9 \cup x = 17$ C. $x = 17$ D. $x = 16$

Bài 6. Số nghiệm của bất phương trình $C_{n-1}^4 - C_{n-1}^3 < \frac{5}{4}A_{n-2}^2$ là

- A. 4 B. 5 C. 6 D. vô số

Bài 7. Giải phương trình $C_{x+1}^{x-2} + 2C_{x-1}^3 = 7(x-1)$

- A. $x = 5$ B. $x = 4$ C. $x = 3$ D. $x = 7$

Bài 8. Giải phương trình $A_x^5 = 336.C_{x-2}^{x-5}$

- A. $x = 7$ B. $x = 8$ C. $x = 9$ D. $x = 10$

Bài 9. Số giá trị nguyên dương của n thỏa $4.C_{n-1}^4 - 4.C_{n-1}^3 < 5.A_{n-2}^2$ là

- A. 0 B. 6 C. 7 D. vô số

Bài 10. Số giá trị nguyên dương của x thỏa $2.C_{x+1}^2 + 3.A_x^2 < 30$ là

- A. 0 B. 2 C. 1 D. 4

Bài 11. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 5.C_{x+1}^y = 6.C_x^{y+1} \\ C_{x+1}^y = 3.C_x^{y-1} \end{cases}$

- A. $(x; y) = (9; 4)$ B. $(x; y) = (9; 5)$ C. $(x; y) = (8; 5)$ D. $(x; y) = (8; 3)$

Bài 12. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2A_x^y + 5C_x^y = 90 \\ 5A_x^y + 2C_x^y = 80 \end{cases}$

- A. $(x; y) = (5; 4)$ B. $(x; y) = (6; 3)$ C. $(x; y) = (6; 2)$ D. $(x; y) = (5; 2)$

Bài 13. Tìm số tự nhiên n thỏa $A_n^3 = 20.n$

- A. $n = 5$ B. $n = 6$ C. $n = 10$ D. $n = 12$

Bài 14. Tìm số tự nhiên n thỏa $A_n^3 + 5A_n^2 = 2(n+15)$

- A. $n = 2$ B. $n = 4$ C. $n = 3$ D. $n = 5$

Bài 15. Tìm số tự nhiên n thỏa $A_{2n}^2 - 3A_n^2 = 42$

- A. $n = 10$ B. $n = 8$ C. $n = 6$ D. $n = 16$

Dạng 3. Nhị thức Newton

Bài 1. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển của $A = (x - 2/x^4)^{15}$.

- A. 1820 B. -1820 C. 3640 D. -3640

Bài 2. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển của $B = (x^2 - 2/x)^{12}$.

- A. 126720 B. -126720 C. 7920 D. -7920

Bài 3. Tìm hệ số của x^4y^3 trong khai triển của $P = (2x + 3y)^7$.

- A. 11520 B. 12510 C. 15120 D. 12150

Bài 4. Khai triển và rút gọn đa thức $P(x) = (1 + x) + (1 + x)^2 + (1 + x)^3 + \dots + (1 + x)^{12}$ sẽ được đa thức $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{12}x^{12}$. Hệ số a_9 là

- A. $a_9 = 256$ B. $a_9 = 286$ C. $a_9 = 320$ D. $a_9 = 132$

Bài 5. Cho đa thức $P(x) = (1 + x) + 2(1 + x)^2 + 3(1 + x)^3 + \dots + 20(1 + x)^{20} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_{20}x^{20}$. Xác định hệ số a_{18} .

- A. 3254 B. 3549 C. 4179 D. 4569

Bài 6. Trong khai triển $P(x) = (3 - 2x)^{25}$, hãy tính tổng các hệ số của đa thức $P(x)$.

- A. 3^{25} B. 2^{25} C. -1 D. 1

Bài 7. Trong khai triển của nhị thức $(a^2 + b^3)^{15}$, tìm các số hạng chứa a, b với số mũ giống nhau.

- A. $5005.a^6b^6$ B. $1010.a^{15}b^{15}$ C. $5005.a^{18}b^{18}$ D. $1010.a^9b^9$

Bài 8. Tìm số hạng thứ 4 trong khai triển $(1/x^2 - x^3/2)^{12}$ theo thứ tự số mũ tăng dần của biến.

- A. $(99/4)x^{-1}$ B. $(-99/4)x^{-1}$ C. $(99/4)x$ D. $(-99/4)x$

Bài 9. Tìm số hạng độc lập với x trong khai triển $(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{x})^{16}$

- A. 1820 B. 1280 C. 2180 D. 2810

Bài 10. Số số hạng chứa x với số mũ tự nhiên trong khai triển $(x + \frac{1}{\sqrt[3]{x}})^{13}$ là

- A. 2 B. 3 C. 5 D. 4

Bài 11. Biết tổng các hệ số của khai triển $(3 - x^2)^n$ bằng 1024. Hệ số của số hạng chứa x^{12} trong khai triển đó là

- A. -17010 B. 17010 C. -153090 D. 153090

Bài 12. Tính tổng $S = C_{10}^0 C_{12}^6 + C_{10}^1 C_{12}^5 + C_{10}^2 C_{12}^4 + \dots + C_{10}^6 C_{12}^0$

- A. 74236 B. 74362 C. 74613 D. 24671

Bài 13. Tính tổng $S = (C_9^0)^2 + (C_9^1)^2 + (C_9^2)^2 + \dots + (C_9^9)^2$

- A. 39432 B. 43758 C. 36730 D. 48620

Bài 14. Trong khai triển $(a^2 - \frac{1}{b})$, số hạng thứ 5 là

- A. $-35a^6b^{-4}$ B. $35a^6b^{-4}$ C. $-24a^4b^{-5}$ D. $24a^4b^{-5}$

Bài 15. Cho n là số dương thỏa mãn $5C_n^{n-1} = C_n^3$. Số hạng chứa x^5 trong khai triển nhị

thức Newton $P = \left(\frac{nx^2}{14} - \frac{1}{x} \right)^n$ với $x \neq 0$ là

- A. $-\frac{35}{16}$ B. $-\frac{16}{35}$ C. $-\frac{35}{16}x^5$ D. $-\frac{16}{35}x^5$

B2. TỰ LUẬN

Dạng 1. Bài toán đếm với quy tắc cộng, quy tắc nhân

Bài 1. Một trường phổ thông có 12 học sinh chuyên Tin và 18 học sinh chuyên Toán. Thành lập một đoàn gồm hai người sao cho có một học sinh chuyên Toán và một học sinh chuyên Tin. Hỏi có bao nhiêu cách lập một đoàn như trên ?

Bài 2. Từ các số 1,2,3,4,5,6,7,8.

- Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số đôi một khác nhau ?
- Có bao nhiêu số gồm 5 chữ số đôi một khác nhau và chia hết cho 5 ?
- Có thể lập bao nhiêu số chẵn gồm 5 chữ số khác nhau lấy từ các chữ số: 0,2,3,6,9
- Có bao nhiêu số chẵn có 4 chữ số đôi một khác nhau ?

Bài 3. Từ các số 0,1,2,3,4,5.

- Có bao nhiêu số có ba chữ số khác nhau chia hết cho 5 ?
- Có bao nhiêu số có 3 chữ số khác nhau chia hết cho 9 ?

Bài 4. Đề thi trắc nghiệm có 10 câu hỏi. Học sinh cần chọn trả lời 8 câu.

- Hỏi có mấy cách chọn tùy ý ?
- Hỏi có mấy cách chọn nếu 3 câu đầu là bắt buộc ?
- Hỏi có bao nhiêu cách chọn 4 trong 5 câu đầu và 4 trong 5 câu sau?

Bài 5. Một tổ có 12 học sinh. Thầy giáo có 3 đề kiểm tra khác nhau. Cần chọn 4 học sinh cho mỗi đề kiểm tra. Hỏi có mấy cách chọn ?

Bài 6. Có 5 tem thư khác nhau và 6 bì thư khác nhau. Người ta muốn chọn từ đó ra 3 tem thư và 3 bì thư và dán 3 tem thư lên 3 bì thư đã chọn. Mỗi bì thư chỉ dán 1 tem. Hỏi có bao nhiêu cách làm như thế ?

Bài 7. Một lớp có 20 học sinh trong đó có 2 cán bộ lớp. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 3 người đi dự Hội nghị sao cho trong đó có ít nhất 1 cán bộ lớp ?

Bài 8. Có 5 nhà Toán học nam, 3 nhà Toán học nữ và 4 nhà Vật lý. Muốn lập một đoàn công tác có 3 người gồm cả nam lẫn nữ, cần có nhà Toán học lẫn Vật lý. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ?

Bài 9. Một đội Văn Nghệ gồm 10 người trong đó có 6 nữ, 4 nam. Có bao nhiêu cách chia đội văn nghệ:

- Thành hai nhóm có số người bằng nhau và mỗi nhóm có số nữ bằng nhau ?

b) Có bao nhiêu cách chọn 5 người trong đó không quá một nam ?

Bài 10. Có hai đường thẳng song song d_1 và d_2 . Trên d_1 lấy 15 điểm phân biệt, trên d_2 lấy 9 điểm phân biệt. Hỏi có bao nhiêu tam giác mà có 3 đỉnh là các điểm đã lấy ?

Bài 11. Trong một hộp có 7 quả cầu xanh, 5 quả cầu đỏ và 4 quả cầu vàng, các quả cầu đều khác nhau. Chọn ngẫu nhiên 4 quả cầu trong hộp. Hỏi có bao nhiêu cách chọn:

a) Trong 4 quả cầu chọn ra có đủ cả ba màu ?

b) Trong 4 quả cầu chọn ra không có đủ ba màu ?

Bài 12. Một đội thanh niên tình nguyện có 15 người gồm 12 nam và 3 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách phân công đội thanh niên tình nguyện đó về giúp đỡ ba tỉnh miền núi sao cho mỗi tỉnh có 4 nam và 1 nữ ?

Bài 13. Trong một môn học, thầy giáo có 30 câu hỏi khác nhau gồm 5 câu hỏi khó, 10 câu trung bình và 15 câu dễ. Từ 30 câu hỏi đó lập được bao nhiêu đề kiểm tra, mỗi đề gồm 5 câu hỏi khác nhau sao cho trong mỗi đề nhất thiết phải có đủ 3 loại câu hỏi và số câu hỏi dễ không ít hơn 2 ?

Bài 14. Đội TNKK của một trường có 12 học sinh, gồm 5 học sinh lớp A ; 4 học sinh lớp B; 3 học sinh lớp C. Cần chọn 4 học sinh làm nhiệm vụ sao cho 4 học sinh này thuộc không quá 2 trong 3 lớp trên. Hỏi có bao nhiêu cách chọn như vậy ?

Bài 15. Đội tuyển học sinh giỏi gồm 18 em gồm 7 học sinh khối 12, 6 học sinh khối 11 và 5 học sinh khối 10. Cử 8 em đi dự trại hè sao cho mỗi khối có ít nhất 1 em. Hỏi có bao nhiêu cách cử như vậy ?

Bài 16. Một dạ tiệc có 10 nam và 6 nữ biết khiêu vũ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 3 nam và 3 nữ để ghép thành 3 cặp nhảy ?

Bài 17. Bill Gate có 5 người bạn thân. Ông muốn mời 5 trong số họ đi chơi xa .Trong 11 người này có 2 người không muốn gặp mặt nhau. Hỏi ngài tỷ phú có bao nhiêu cách mời ?

Bài 18. Một đội thanh niên tình nguyện có 15 người gồm 12 nam và 3 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách phân công đội tình nguyện đó về 3 tỉnh miền núi sao cho mỗi tỉnh đều có 4 nam và 1 nữ ?

Dạng 2. Bài toán rút gọn, giải phương trình

Bài 1. Rút gọn các biểu thức sau

$$A = \frac{P_4 P_7}{P_{10}} \left(\frac{P_8}{P_3 P_5} - \frac{P_9}{P_2 P_7} \right) \quad B = \frac{A_n^6 + A_n^5}{A_n^4} \quad C = \frac{\left(\frac{P_5}{A_5^4} + \frac{P_4}{A_5^3} + \frac{P_3}{A_5^2} + \frac{P_2}{A_5^1} \right) A_5^2}{P_3 - 2P_2}$$

$$D = \frac{P_{n+1}}{A_n^4 P_{n-k}} + \frac{C_{15}^5 + 2C_{15}^6 + C_{15}^7}{C_{17}^7}$$

$$E = \frac{\frac{1}{3}C_6^2 - \frac{1}{28}C_8^3 + \frac{1}{65}C_{15}^3}{P_3 A_5^3}$$

$$F = \frac{A_5^3 - A_5^2}{P_2} + \frac{P_5}{P_2}$$

Bài 2. Chứng minh

a) $\frac{n}{P_n} = \frac{1}{P_{n-1}} + \frac{1}{P_{n-2}}$

c) $A_{n+k}^{n+2} + A_{n+k}^{n+1} = k^2 A_{n+k}^n$

b) $P_k A_{n+1}^2 A_{n+3}^2 A_{n+5}^2 = n.k! A_{n+5}^5$

d) $C_n^k = C_n^{n-k}$

Bài 3. Giải các phương trình và bất phương trình sau:

a) $P_{2x^2} - P_3 \cdot x = 8$

g) $A_n^3 + C_n^{n-2} = 14n$

b) $2A_x^2 + 50 = A_{2x}^2, x \in \mathbb{N}$

h) $A_n^3 - 2C_n^4 = 3A_n^2$

c) $A_x^3 + C_x^2 = 14C_x^{x-1}$

i) $2C_{x+1}^2 + 3A_x^2 < 30$

d) $C_x^1 + C_x^2 + C_x^3 = \frac{7}{2}x$

j) $\frac{1}{2}A_{2x}^x - A_x^2 \leq \frac{6}{x}C_x^3 + 10$

e) $C_{x-1}^3 - C_{x-1}^2 = \frac{2}{3}A_{x-2}^2$

k) $\frac{x! - (x-1)!}{(x+1)!} = \frac{1}{6}$

f) $\frac{1}{C_x^1} - \frac{1}{C_{x+1}^2} = \frac{7}{6C_{x+4}^1}$

Bài 4. Giải bất phương trình $\frac{P_{n+4}}{P_n \cdot P_{n+2}} < \frac{15}{P_{n-1}}$

Bài 5. Giải hệ phương trình:

a) $\begin{cases} 2A_x^y + 5C_x^y = 90 \\ 5A_x^y - 2C_x^y = 80 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 5C_x^{y-2} = 3C_x^{y-1} \\ C_x^y = C_x^{y-1} \end{cases}$

c) $C_{2n}^3 = 20C_n^2$

Dạng 3. Nhị thức Newton

Bài 1. Tìm hệ số của số hạng thứ tư trong khai triển $\left(x + \frac{1}{x}\right)^{10}$

Bài 2. Tìm hệ số của số hạng thứ 31 trong khai triển $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^{40}$

Bài 3. Tìm hạng tử chứa x^2 của khai triển: $\left(\sqrt[3]{x^{-2}} + x\right)^7$

Bài 4. Tìm hạng tử không chứa x trong các khai triển sau:

a. $\left(\frac{x}{3} + \frac{3}{x}\right)^{12}$

b. $\left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt[4]{x}}\right)^7$

Bài 5. Tìm hệ số của $x^{12}y^{13}$ trong khai triển của $(2x - 3y)^{25}$

Bài 6. Tìm hạng tử đứng giữa trong khai triển $\left(\frac{1}{\sqrt[5]{x}} + \sqrt[3]{x}\right)^{10}$

Bài 7. Trong khai triển $\left(\sqrt[3]{\frac{a}{\sqrt{b}}} + \sqrt{\frac{b}{\sqrt[3]{a}}}\right)^{21}$. Tìm hệ số của số hạng chứa a và b có số mũ bằng nhau ?

Bài 8. Biết khai triển $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^n$. Tổng các hệ số của số hạng thứ nhất, hai, ba là 46. Tìm số hạng không chứa x ?

Bài 9. Cho biết tổng ba hệ số của ba số hạng đầu tiên trong khai triển $\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^n$, là 97. Tìm hạng tử của khai triển chứa x^4 ?

Bài 10. Cho khai triển $\left(x - \frac{1}{3}\right)^n = C_n^0 x^n - \frac{1}{3} C_n^1 x^{n-1} + \dots + (-1)^n \frac{1}{3^n} C_n^n$. Biết hệ số của số hạng thứ ba trong khai triển là 5. Tìm số hạng chính giữa ?

Bài 11. Cho khai triển $\left(x^3 + \frac{2}{x^2}\right)^n = C_n^0 (x^3)^n + \dots + C_n^n \left(\frac{2}{x^2}\right)^n$. Biết tổng ba hệ số đầu là 33. Tìm hệ số của x^2 .

Bài 12. Tìm số hạng chứa x^8 trong khai triển $\left(\frac{1}{x^3} + \sqrt{x^5}\right)^n$. Biết rằng

$$C_{n+4}^{n+1} - C_{n+3}^n = 7(n+3).$$

Bài 13. Tìm hệ số của x^7 trong khai triển $(2 - 3x)^n$, trong đó n thỏa mãn hệ thức sau:

$$C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^3 + \dots + C_{2n+1}^{2n+1} = 1024$$

Bài 14. Giải phương trình sau: $C_{2n}^2 + C_{2n}^4 + \dots + C_{2n}^{2n} = 2^{2007} - 1$

Bài 15. Tìm hệ số của số hạng chứa x^{26} trong khai triển $\left(\frac{1}{x^4} - x^7\right)^n$ biết n thỏa mãn hệ thức $C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^2 + C_{2n+1}^3 + \dots + C_{2n+1}^{2n+1} = 2^{20} - 1$.

Bài 16. Tìm hệ số của số hạng chứa x^{10} khi khai triển $(2+x)^n$ biết:

$$3^n C_n^0 - 3^{n-1} C_n^1 + 3^{n-2} C_n^2 + \dots + (-1)^n C_n^n = 2048$$

Bài 17. Cho $C_n^n + C_n^{n-1} + C_n^{n-2} = 79$. Trong khai triển nhị thức $\left(x\sqrt[3]{x} + x^{\frac{-28}{15}}\right)^n$, hãy tìm số

hạng không phụ thuộc vào x ?

Bài 18. Tìm hệ số của số hạng chứa x^{26} trong khai triển nhị thức $\left(\frac{1}{x^4} + x^7\right)^n$, biết tổng

$$C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^2 + \dots + C_{2n+1}^n = 2^{20} - 1.$$

Bài 19. Tìm hệ số của x^4 trong khai triển biểu thức $A = (1 - x - 3x^2)^n$. Trong đó n là số

nguyên dương thỏa mãn: $2(C_2^2 + C_3^2 + C_4^2 + \dots + C_n^2) = 3A_{n+1}^2$

Bài 20. Tổng các hệ số trong khai triển nhị thức $f(x)$ chính là $f(1)$.

Cho $f(x) = (1+x)^{100} = a_0 + a_1x^1 + a_2x^2 + \dots + a_{100}x$

- Tính a_{97}
- $S = a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{100}$
- $M = 1.a_1 + 2.a_2 + \dots + 100.a_{100}$

