

CHUYÊN ĐỀ 3. ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG MẶT PHẪNG

A. Lý thuyết

1. Các tính chất thừa nhận

Tính chất 1. Có một và chỉ một đường thẳng đi qua hai điểm phân biệt.

Tính chất 2. Có một và chỉ một mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng.

Tính chất 3. Nếu đường thẳng có hai điểm phân biệt thuộc một mặt phẳng thì mọi điểm của đường thẳng đều thuộc mặt phẳng đó.

Tính chất 4. Tồn tại bốn điểm không cùng thuộc một mặt phẳng.

Tính chất 5. Nếu hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng còn có một điểm chung khác nữa. Như vậy: Nếu hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung đi qua điểm chung ấy và đường thẳng đó gọi là giao tuyến của hai mặt phẳng.

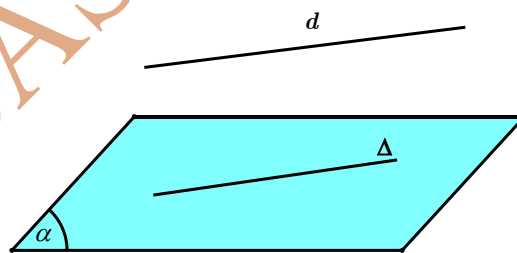
Tính chất 6. Trên mỗi mặt phẳng, các kết quả đã biết trong hình học phẳng đều đúng.

2. Các phương pháp chứng minh

Phương pháp 1:

Cơ sở của phương pháp là dùng điều kiện cần và đủ để chứng minh đường thẳng d song song với mặt phẳng (α) .

- Bước 1: Quan sát và quản lý giả thiết tìm đường thẳng uv viết $\Delta \subset (\alpha)$ và chứng minh $d \parallel \Delta$.
- Bước 2: Kết luận $d \parallel (\alpha)$.



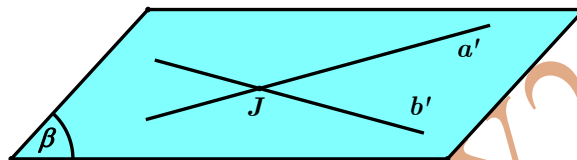
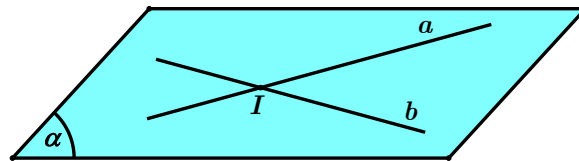
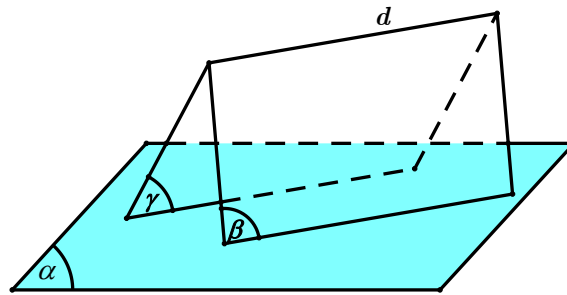
Phương pháp 2

Cơ sở của phương pháp là dùng định lý phương giao tuyến song song.

- Bước 1: Chứng minh

$$d = (\beta) \cap (\gamma) \text{ mà } \begin{cases} (\beta) \cap (\alpha) = a \\ (\gamma) \cap (\alpha) = b \\ a \parallel b \end{cases}$$

- Bước 2: Kết luận $d \parallel (\alpha)$.



B. Bài tập

Bài 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của SA và SB . Chứng minh rằng $MN \parallel (ABCD)$.

Bài 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành.

- Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD . Chứng minh rằng $MN \parallel (SBC)$, $MN \parallel (SAD)$.
- Gọi P là trung điểm SA . Chứng minh rằng SB, SC cùng song song với mặt phẳng (MNP) .
- Gọi G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm tam giác ABC và SBC . Chứng minh rằng $G_1G_2 \parallel (SAB)$.

Bài 3. Cho tứ diện $ABCD$ có G là trọng tâm tam giác ABD . Lấy điểm M thuộc cạnh BC sao cho $MB = 2MC$. Chứng minh rằng $MG \parallel (ACD)$.

Bài 4. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không đồng phẳng.

- Chứng minh rằng bốn điểm C, D, E, F đồng phẳng.
- Gọi O, I là tâm các hình bình hành $ABCD, ABEF$. Chứng minh rằng $OI \parallel (BCE)$, $OI \parallel (ADF)$.
- Gọi M, N lần lượt là trọng tâm tam giác ABD, ABF . Chứng minh rằng $MN \parallel (CDFE)$.

Bài 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB và CD .

- Chứng minh $MN \parallel (SBC)$, $MN \parallel (SAD)$.
- Gọi P là trung điểm cạnh SA . Chứng minh SB và SC đều song song với (MNP) .
- Gọi G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm của ΔABC và ΔSBC . Chứng minh $G_1G_2 \parallel (SAB)$.

Bài 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình bình hành. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm AB, CD, SA . Chứng minh:

- $MN \parallel (SBC)$; $MN \parallel (SAD)$; $SB \parallel (MNP)$; $SC \parallel (MNP)$.
- Gọi I, J là trọng tâm tam giác ACD, SCD . Chứng minh: $IJ \parallel (SAB)$, $IJ \parallel (SAD)$, $IJ \parallel (SAC)$.

Bài 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình bình hành tâm O . Gọi I, J là trung điểm BC, SC và $K \in SD$ sao cho $KD = 2SK$. Chứng minh: $OJ \parallel (SAD)$, $OJ \parallel (SAB)$; $IO \parallel (SCD)$, $IJ \parallel (SBD)$. Gọi M là giao điểm của AI và BD . Chứng minh: $MK \parallel (SBC)$.

Bài 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O và M, N, P là trung điểm SB, SO, OD . Chứng minh: $MN \parallel (ABCD)$, $MO \parallel (SCD)$; $NP \parallel (SAD)$, tứ giác $NPOM$ là hình gì? Gọi $I \in SD$ sao cho $SD = 4ID$. Chứng minh $PI \parallel (SBC)$, $PI \parallel (SAB)$.

Bài 9. Cho hình chóp $S.ABCD$. M, N là hai điểm trên AB, CD . Mặt phẳng (α) qua $MN \parallel SA$.

- Tìm các giao tuyến của (α) với (SAB) và (SAC) .
- Xác định thiết diện của hình chóp với (α)
- Tìm điều kiện của MN để thiết diện là hình thang

Bài 10. Cho tứ diện $ABCD$. Trên cạnh AD lấy trung điểm M , trên cạnh BC lấy trung điểm N bất kỳ. Gọi (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng MN và song song với CD .

- Hãy xác định thiết diện của mặt phẳng (α) với tứ diện $ABCD$.
- Xác định vị trí của N trên CD sao cho thiết diện là hình bình hành.

Bài 11. Cho hình thang $ABCD$ có đáy lớn AB và S là một điểm ở ngoài mặt phẳng của hình thang. Gọi M là một điểm của CD ; (α) là mặt phẳng qua M và song song với SA và BC .

- Hãy tìm thiết diện của mặt phẳng (α) với hình chóp $S.ABCD$. Thiết diện là hình gì?
- Tìm giao tuyến của (α) với mặt phẳng (SAD) .

Bài 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là một điểm trên cạnh SC và (α) là mặt phẳng chứa AM và song song với BD .

- Hãy nêu cách dựng các giao điểm E, F của mặt phẳng (α) lần lượt với các cạnh SB, SD .

- b) Gọi I là giao điểm của ME và CB, J là giao điểm của MF và CD. Hãy chứng minh ba điểm I, J, A thẳng hàng.

Bài 13. Cho hai hình bình hành ABCD và ABEF không cùng nằm trong một mặt phẳng.

- a) Gọi O, O' lần lượt là tâm của ABCD và ABEF. Chứng minh OO' song song với các mặt phẳng (ADF) và (BCE).
- b) M, N là 2 điểm lần lượt trên hai cạnh AE, BD sao cho $AM = \frac{1}{3}AE$, $BN = \frac{1}{3}BD$.

Chứng minh $MN \parallel (CDFE)$.

Bài 14. Cho hình chóp S.ABCD, có đáy ABCD là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, CD.

- a) Chứng minh MN song song với các mặt phẳng (SBC), (SAD).
- b) Gọi P là trung điểm của SA. Chứng minh SB, SC đều song song với (MNP).
- c) Gọi G_1, G_2 là trọng tâm của các tam giác ABC, SBC. Chứng minh $G_1G_2 \parallel (SBC)$.

Bài 15. Cho tứ diện ABCD. G là trọng tâm của ΔABD . M là 1 điểm trên cạnh BC sao cho $MB = 2MC$. Chứng minh $MG \parallel (ACD)$.

HD: Chứng minh MG song song với giao tuyến của (BMG) và (ACD).

Bài 16. Cho tứ diện ABCD. Gọi O, O' lần lượt là tâm đường tròn nội tiếp các tam giác ABC, ABD. Chứng minh rằng:

- a) Điều kiện cần và đủ để $OO' \parallel (BCD)$ là $\frac{BC}{BD} = \frac{AB+AC}{AB+AD}$
- b) Điều kiện cần và đủ để OO' song song với 2 mặt phẳng (BCD), (ACD) là $BC = BD$ và $AC = AD$.

HD: Sử dụng tính chất đường phân giác trong tam giác.

Bài 17. Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, CD và G là trung điểm của đoạn MN.

- a) Tìm giao điểm A' của đường thẳng AG với (BCD).
- b) Qua M kẻ đường thẳng Mx song song với AA' và Mx cắt (BCD) tại M'. Chứng minh B, M', A' thẳng hàng và $BM' = M'A' = A'N$.
- c) Chứng minh $GA = 3GA'$.

