

SỐ NGUYÊN TỐ & HỢP SỐ



A. LÝ THUYẾT

❖ CƠ BẢN

1. Ước và bội: Nếu $a : b$ thì a là bội của b và b là ước của a .
2. Số nguyên tố là số tự nhiên lớn hơn 1, có 2 ước là một và chính nó.
3. Hợp số là số tự nhiên lớn hơn 1, có nhiều hơn 2 ước.
→ để chứng minh một số tự nhiên $a > 1$ là hợp số, chỉ cần chỉ ra một ước khác 1 và a .
4. Phân tích một số ra thừa số nguyên tố là viết số đó dưới dạng một tích của các thừa số nguyên tố.
(đặc biệt $\underbrace{1\underbrace{000\dots0}_{n \text{ số } 0}} = 2^n \cdot 5^n$), ví dụ: $1000 = 2^3 \cdot 5^3$

❖ NÂNG CAO

1. Cách xác định số lượng các ước của một số: Nếu số M phân tích ra thừa số nguyên tố $M = a^x \cdot b^y \cdot \dots \cdot c^z$ thì số lượng các ước của M là: $(x + 1)(y + 1) \dots (z + 1)$
2. Phân tích một số ra thừa số nguyên tố, số chính phương chỉ chứa các thừa số nguyên tố với số mũ chẵn. Từ đó, suy ra:
 - Số chính phương chia hết cho 2 thì phải chia hết cho 2^2 .
 - Số chính phương chia hết cho 2^3 thì phải chia hết cho 2^4 .
 - Số chính phương chia hết cho 3 thì phải chia hết cho 3^2 .
 - Số chính phương chia hết cho 3^3 thì phải chia hết cho 3^4 .
 - Số chính phương chia hết cho 5 thì phải chia hết cho 5^2 .

3. Tính chất chia hết liên quan đến số nguyên tố

Nếu tích $a \cdot b$ chia hết cho số nguyên tố p thì hoặc a chia hết cho p hoặc b chia hết cho p . Đặc biệt nếu a^n chia hết cho p thì a chia hết cho p .

CHÚ Ý:

- Số 0 và số 1 không là số nguyên tố cũng không là hợp số. Các số nguyên tố nhỏ hơn 10 là: 2, 3, 5, 7.
- Số nguyên tố nhỏ nhất là 2, hai là số nguyên tố chẵn duy nhất.
- Để kết luận một số $a > 1$ là một số nguyên tố, ta chỉ cần chứng tỏ rằng nó không chia hết cho mọi số nguyên tố mà bình phương không vượt quá a , tức là $p^2 < a$.
- Số nguyên tố $\neq 2$ và 3 đều có dạng: $6n \pm 1$ với $n \in \mathbb{N}^*$

B. BÀI TẬP ÁP DỤNG

Dạng 1: Toán tìm số nguyên tố

Bài 1: Tìm số nguyên tố p , sao cho các số sau cũng là số nguyên tố:

- a) $p + 94$ và $p + 1994$
- b) $p + 10$ và $p + 14$

Bài 2: Tìm tất cả các số nguyên tố p và q sao cho các số $7p + q$ và $pq + 11$ cũng là số nguyên tố.

Bài 3: Tìm tất cả các số nguyên tố p sao cho $4p + 11$ là số nguyên tố nhỏ hơn 30.

Bài 4: Tìm các số nguyên dương n để số $A = n^3 - n^2 + n - 1$ là số nguyên tố.

Bài 5: Tìm n thuộc \mathbb{N} sau để $M = (n - 2)(n^2 + n - 1)$ là số nguyên tố

Bài 6: Tìm tất cả các số tự nhiên n để mỗi số sau đều là số nguyên tố.

$n + 1, n + 3, n + 7, n + 9, n + 13, n + 15.$

Bài 7: Tìm các số nguyên tố x, y, z thoả mãn phương trình: $x^y + 1 = z$

Bài 8: Tìm các số nguyên tố x, y thoả mãn: $824.y - 16^x = 24$

Bài 9: Tìm các số nguyên tố x, y thoả mãn: $272.x = 11^y + 29$

Bài 10:

a) Tìm n để $n^2 + 2006$ là một số chính phương.

b) Cho n là số nguyên tố lớn hơn 3. Hỏi $n^2 + 2006$ là số nguyên tố hay là hợp số.

Bài 11: Tìm các số nguyên tố x, y thoả mãn: $59.x + 46.y = 2004$

Bài 12: Tìm các số nguyên tố x, y thoả mãn: $51.x + 26.y = 2000$

Bài 13: Tìm bốn số nguyên tố liên tiếp sao cho tổng của chúng là số nguyên tố.

Bài 14: Tìm hai số tự nhiên, sao cho tổng và tích của chúng đều là số nguyên tố.

Bài 15: Tìm số nguyên tố có ba chữ số biết rằng nếu viết số đó theo thứ tự ngược lại thì ta được một số là lập phương của một số tự nhiên.

Bài 16: Tìm hai số nguyên tố biết tổng của chúng bằng 601.

Bài 17: Cho p là số nguyên tố và một trong hai số $8p + 1$ và $8p - 1$ là số nguyên tố, số còn lại là số nguyên tố hay hợp số?

Bài 18: Cho p là số nguyên tố lớn hơn 3. Chứng minh rằng $(p - 1)(p + 1)$ chia hết cho 24.

Bài 19: Cho p và $2p + 1$ là hai số nguyên tố ($p > 3$). Chứng minh rằng $4p + 1$ là hợp số.

Bài 20: Tìm $n \in \mathbb{N}^*$ sao cho: $n^3 - n^2 + n - 1$ là số nguyên tố

Bài 21: Tìm 2 số tự nhiên, sao cho tổng và tích của chúng đều là số nguyên tố

Bài 22: Tìm các số nguyên tố a, b, c thoả mãn điều kiện $abc = 3(a + b + c)$

Bài 23:

a) Tìm $n \in \mathbb{N}^*$ Biết $2 + 4 + 6 + \dots + (2n) = 756$

b) Tìm $n \in \mathbb{N}^*$ Biết $1 + 3 + 5 + \dots + (2n + 1) = 144$

c) Tìm $n \in \mathbb{N}^*$ Biết $2 + 4 + 6 + \dots + (2n) = 210$

d) Tìm $n \in \mathbb{N}^*$ Biết $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = 225$

Bài 24: Tổng của 3 số nguyên tố bằng 1012. Tìm số nhỏ nhất trong 3 số đó.

Dạng 2: Chứng minh một số là số nguyên tố hay hợp số

Bài 1: Tổng (hiệu) sau là số nguyên tố hay hợp số:

a) $3150 + 2125$

b) $5163 + 2532$

c) $19.21.23 + 21.25.27$

d) $15.19.37 - 225$

Bài 2: Chứng minh rằng các tổng sau đây là hợp số:

a) $\overline{abcabc} + 7$

b) $\overline{abcabc} + 22$

c) $\overline{abcabc} + 39$

Bài 3: Cho $A = 5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{100}$

a) Số A là số nguyên tố hay hợp số?

b) Số A có phải là số chính phương không?

Bài 4: Chứng tỏ các số sau là hợp số:

a) 676767

b) $10^8 + 10^7 + 7$

c) $17^5 + 24^4 + 13^{21}$

d) 311141111

e) $10^{100} - 7$

f) $11^3 + 12^3 + 13^3 + 14^3$

Bài 5: Tổng (hiệu) sau là số nguyên tố hay hợp số?

a) $1.3.5.7.13 + 20$

b) $147.247.347 - 13$

Bài 6: Cho $A = 5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{2016}$. Hỏi A có phải là số chính phương không?**Dạng 3: Phân tích thừa số nguyên tố****Bài 1:** Phân tích các số sau ra thừa số nguyên tố rồi tìm ước của chúng:

a) 119

b) 625

c) 200

Bài 2: Phân tích các số sau ra thừa số nguyên tố rồi cho biết số đó chia hết cho các số nguyên tố naog:

a) 1764

b) 3936

Bài 3: Phân tích các số sau ra thừa số nguyên tố bằng cách hợp lí nhất

a) 700

b) 18 000

c) 1600

Bài 4:

a) Tích của ba số lẻ liên tiếp bằng 105, tìm ba số đó.

b) Tích của hai số tự nhiên có hai chữ số bằng 204. Tìm hai số đó.

c) Tích của bốn số tự nhiên liên tiếp bằng 360, tìm số lớn nhất.

Bài 5:a) Tích của hai số a và b bằng 42. Biết $a < b$, tìm hai số a ; b.b) Tích của hai số tự nhiên a và b bằng 102, hiệu $a - b = 49$. Tìm hai số a ; b đóc) Tìm các số tự nhiên x ; y biết $(x + 5)(y + 2) = 102$