

TUYỂN TẬP CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM CHƯƠNG: GIỚI HẠN

Câu 1: (THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 1-NH2017-2018) Phát biểu nào sau đây là sai ?

- A.** $\lim u_n = c$ ($u_n = c$ là hằng số). **B.** $\lim q^n = 0$ ($|q| > 1$).
- C.** $\lim \frac{1}{n} = 0$. **D.** $\lim \frac{1}{n^k} = 0$ ($k > 1$).

Lời giải

Chọn B

Theo định nghĩa giới hạn hữu hạn của dãy số (SGK ĐS11-Chương 4) thì $\lim q^n = 0$ ($|q| < 1$).

Câu 2: (THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 1-NH2017-2018) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên khoảng $(a; b)$. Điều kiện cần và đủ để hàm số liên tục trên đoạn $[a; b]$ là ?

- A.** $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$. **B.** $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b} f(x) = f(b)$.
- C.** $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$. **D.** $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số f xác định trên đoạn $[a; b]$ được gọi là liên tục trên đoạn $[a; b]$ nếu nó liên tục trên khoảng $(a; b)$, đồng thời $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$.

Câu 3: (THPT Nguyễn Khuyến-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018) Tính giới hạn

$$\lim \frac{2n+1}{3n+2}$$

- A.** $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim \frac{2n+1}{3n+2} = \lim \frac{2 + \frac{1}{n}}{3 + \frac{2}{n}} = \frac{2}{3}$.

Câu 4: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 2-năm 2017-2018) Tính giới hạn $A = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1}$.

- A.** $A = -\infty$. **B.** $A = 0$. **C.** $A = 3$. **D.** $A = +\infty$.

Lời giải

Chọn C

$$A = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^2 + x + 1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + x + 1) = 3.$$

Câu 5: (THPT Quảng Xương-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018) Giá trị của

$\lim_{x \rightarrow 1} (3x^2 - 2x + 1)$ bằng:

A. $+\infty$.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải.

Chọn B

$$\lim_{x \rightarrow 1} (3x^2 - 2x + 1) = 3.1^2 - 2.1 + 1 = 2.$$

Câu 6: (THPT Chuyên Lam-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018) Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0 ?

A. $u_n = \left(\frac{-2}{3}\right)^n$.

B. $u_n = \left(\frac{6}{5}\right)^n$.

C. $u_n = \frac{n^3 - 3n}{n+1}$.

D. $u_n = n^2 - 4n$.

Lời giải:

Chọn A

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{-2}{3}\right)^n = 0 \text{ (Vì } \left|\frac{-2}{3}\right| = \frac{2}{3} < 1).$$

Câu 7: (Đề tham khảo BGD năm 2017-2018) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{x+3}$ bằng

A. $-\frac{2}{3}$.

B. 1.

C. 2.

D. -3 .

Lời giải

Chọn B

Chia cả tử và mẫu cho x , ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{x+3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \frac{2}{x}}{1 + \frac{3}{x}} = \frac{1}{1} = 1$.

Câu 8: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-MĐ 903 lần 1-năm 2017-2018)

Cho $f(x) = \sin^2 x - \cos^2 x - x$. Khi đó $f'(x)$ bằng

A. $1 - \sin 2x$.

B. $-1 + 2 \sin 2x$.

C. $-1 + \sin x \cdot \cos x$.

D. $1 + 2 \sin 2x$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } f(x) = \sin^2 x - \cos^2 x - x = -\cos 2x - x \Rightarrow f'(x) = 2 \sin 2x - 1.$$

Câu 9: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 1 MĐ 904 năm 2017-2018) Tìm giới hạn

$$I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{n+1}.$$

A. $I = 2$.

B. $I = 0$.

C. $I = 3$.

D. $I = 1$.

Lời giải

Chọn A

$$I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{1}{n}}{1 + \frac{1}{n}} = 2.$$

Câu 10: (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018)

Tính $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 12x + 35}{25 - 5x}$.

- A. $-\frac{2}{5}$. B. $+\infty$. **C. $\frac{2}{5}$.** D. $-\infty$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 12x + 35}{25 - 5x} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(x-7)(x-5)}{-5(x-5)} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x-7}{-5} = \frac{2}{5}$.

Câu 11: (THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0?

- A. $\left(\frac{4}{e}\right)^n$. **B. $\left(\frac{1}{3}\right)^n$.** C. $\left(\frac{5}{3}\right)^n$. D. $\left(\frac{-5}{3}\right)^n$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim q^n = 0$ nếu $|q| < 1$.

Mặt khác $\left|\frac{4}{e}\right| > 1$; $\left|\frac{5}{3}\right| = \left|\frac{-5}{3}\right| > 1$; $\left|\frac{1}{3}\right| < 1$. Vậy $\lim \left(\frac{1}{3}\right)^n = 0$.

Câu 12: (THPT Triệu Thị Trinh-lần 1 năm 2017-2018) Tính $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$ bằng:

- A. 3. **B. 6.** C. $+\infty$. D. -3.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} (x + 3) = 6$.

Câu 13: (THPT Thạch Thành 2-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018) Phát biểu nào trong các phát biểu sau là sai?

- A. $\lim q^n = 0$ ($|q| > 1$).** B. $\lim u_n = c$ ($u_n = c$ là hằng số).
C. $\lim \frac{1}{n^k} = 0$ ($k > 1$). D. $\lim \frac{1}{n} = 0$.

Lời giải:

Chọn A

A sai vì $\lim q^n = 0$ khi $|q| < 1$.

Câu 14: (THPT Thạch Thành 2-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018) Phát biểu nào trong các phát biểu sau là đúng?

- A. Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại x_0 thì nó liên tục tại điểm $-x_0$.
- B. Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trái tại x_0 thì nó liên tục tại điểm đó.
- C. Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm phải tại x_0 thì nó liên tục tại điểm đó.
- D. Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại x_0 thì nó liên tục tại điểm đó.**

Lời giải

Chọn D

Đáp án D đúng vì nó là một định lý trong SGK Đại số và Giải tích lớp 11.

Câu 15: (THPT Thạch Thành 2-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(a; b)$. Điều kiện cần và đủ để hàm số liên tục trên $[a; b]$ là

- A. $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$.
- B. $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$.
- C. $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$.**
- D. $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$.

Lời giải

Chọn C

Theo định nghĩa hàm số liên tục trên đoạn $[a; b]$.

Câu 16: (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 3 năm 2017-2018)

Tính giới hạn $I = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}$.

- A. $I = -1$.**
- B. $I = 0$.
- C. $I = 1$.
- D. $I = 5$.

Lời giải

Chọn A

$$I = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(x - 3)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x - 3) = -1.$$

Câu 17: (THPT Hồng Quang-Hải Dương năm 2017-2018) Tìm $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 3x + 5}}{4x - 1}$.

- A. $-\frac{1}{4}$.**
- B. 1.
- C. 0.
- D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 3x + 5}}{4x - 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{1 + \frac{3}{x} + \frac{5}{x^2}}}{4 - \frac{1}{x}} = -\frac{1}{4}$.

Câu 18: (THPT Lê Hoàn-Thành Hóa-lần 1 năm 2017-2018) Giả sử ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = a$

và $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = b$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) \cdot g(x)] = a \cdot b$.

B. $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - g(x)] = a - b$.

C. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{a}{b}$.

D. $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + g(x)] = a + b$.

Lời giải

Chọn C

Vì có thể $b = 0$.

Câu 19: (THPT Quảng Xương 1-Thành Hóa năm 2017-2018) Cho hàm số $f(x)$ xác định trên khoảng K chứa a . Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = a$ nếu

A. $f(x)$ có giới hạn hữu hạn khi $x \rightarrow a$.

B. $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = +\infty$.

C. $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$.

D. $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = a$.

Lời giải

Chọn C

Cho hàm số $f(x)$ xác định trên khoảng K chứa a . Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = a$ nếu $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$.

Câu 20: (THPT Chuyên Hoàng Văn Thụ-Hòa Bình năm 2017-2018)

Giá trị của $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2-n}{n+1}$ bằng

A. 1.

B. 2.

C. -1.

D. 0.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2-n}{n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{2}{n} - 1}{1 + \frac{1}{n}} = \frac{0 - 1}{1 + 0} = -1$.

Câu 21: (THPT Chuyên Hoàng Văn Thụ-Hòa Bình năm 2017-2018)

Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - x + 7)$ bằng ?

A. 5.

B. 9.

C. 0.

D. 7.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - x + 7) = (-1)^2 - (-1) + 7 = 9$.

Câu 22: (THPT Mộ Đức-Quảng Ngãi-lần 1 năm 2017-2018) Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+1}{x+1}$.

A. $\frac{1}{2}$.

B. 1.

C. 2.

D. -1.

Lời giải

Chọn C

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+1}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 + \frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{x}} = 2.$$

Câu 23: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 1 năm 2017-2018) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{6x-2}$ bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{6}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

• Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{6x-2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 + \frac{1}{x}}{6 - \frac{2}{x}} = \frac{1}{6}$.

Câu 24: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 2 năm 2017-2018) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{4x+3}$ bằng

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{4x+3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \frac{1}{x}}{4 + \frac{3}{x}} = \frac{1}{4}$.

Câu 25: (THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 2 năm 2017-2018) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4n^2+1} - \sqrt{n+2}}{2n-3}$ bằng

A. $\frac{3}{2}$.

B. 2.

C. 1.

D. $+\infty$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4n^2+1} - \sqrt{n+2}}{2n-3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4 + \frac{1}{n^2}} - \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{2}{n^2}}}{2 - \frac{3}{n}} = \frac{2-0}{2} = 1.$$

Câu 26: (THPT Phan Châu Trinh-DakLak-lần 2 năm 2017-2018)

Tính $I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n-3}{2n^2+3n+1}$.

- A. $I = -\infty$. **B.** $I = 0$. C. $I = +\infty$. D. $I = 1$.

Lời giải

Chọn B

$$I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n-3}{2n^2+3n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 \left(\frac{2}{n} - \frac{3}{n^2} \right)}{n^2 \left(2 + \frac{3}{n} + \frac{1}{n^2} \right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{2}{n} - \frac{3}{n^2}}{2 + \frac{3}{n} + \frac{1}{n^2}} = 0.$$

Câu 27: (THPT Đức Thọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)

Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 1} (2x^2 - 3x + 1)$ bằng

- A. 2. B. 1. C. $+\infty$. **D.** 0.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1} (2x^2 - 3x + 1) = 0$.

Câu 28: (THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 2 năm 2017-2018) Giá trị của

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2}{x}$ bằng

- A. 3. **B.** 2. C. 0. D. 1.

Lời giải

Chọn B

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2}{x} = \lim_{x \rightarrow 2} \left(1 + \frac{2}{x} \right) = 1 + \frac{2}{2} = 2.$$

Câu 29: (THPT số 6-489 tháng 3 năm 2018) Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) và xét hai

số phức $\alpha = z^2 + (\bar{z})^2$ và $\beta = 2z\bar{z} + i(z - \bar{z})$. Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào đúng?

- A.** α là số thực, β là số thực. B. α là số ảo, β là số thực.
C. α là số thực, β là số ảo. D. α là số ảo, β là số ảo.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\alpha = z^2 + (\bar{z})^2 = (a^2 - b^2 + 2abi) + (a^2 - b^2 - 2abi) = 2(a^2 - b^2)$, do đó α là số thực.

$\beta = 2z\bar{z} + i(z - \bar{z}) = 2(a^2 + b^2) + i(2bi) = 2(a^2 + b^2) - 2b$, do đó β là số thực.

Câu 30: (THPT Chuyên Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-n^2}{2n^2+1}$ bằng

- A. 0. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{3}$. **D.** $-\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-n^2}{2n^2+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n^2}-1}{2+\frac{1}{n^2}} = -\frac{1}{2}.$$

Câu 31: (THPT Đặng Thúc Hứa-Nghệ An-lần 1 năm 2017-2018) Tính giới hạn

$$L = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x+3}$$

- A. $L = -\infty$. **B.** $L = 0$. C. $L = +\infty$. **D.** $L = 1$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } L = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x+3} = \frac{3-3}{3+3} = 0.$$

Câu 32: (THPT Chuyên Hạ Long-Quảng Ninh lần 2 năm 2017-2018) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x+1}{-x+1}$ bằng

- A. 2. B. 4. C. -1. **D.** -4.

Lời giải

Chọn D

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x+1}{-x+1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4+\frac{1}{x}}{-1+\frac{1}{x}} = -4.$$

Câu 33: (THPT Chuyên Phan Bội Châu-lần 2 năm 2017-2018) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-2n}{3n+1}$ bằng

- A.** $-\frac{2}{3}$. B. $\frac{1}{3}$. C. 1. **D.** $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-2n}{3n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n}-2}{3+\frac{1}{n}} = -\frac{2}{3}.$$

Câu 34: (THPT Chuyên Hùng Vương-Gia Lai-lần 1 năm 2017-2018) Tính giới hạn

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3 - x^2 + 1)$$

- A. $+\infty$. **B.** $-\infty$. C. 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3 - x^2 + 1) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 \left(2 - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} \right) = -\infty.$$

Câu 35: (SGD Phú Thọ – lần 1 - năm 2017 – 2018) Tính $L = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+1}{x+1}$.

- A. $L = -2$. B. $L = -1$. C. $L = -\frac{1}{2}$. D. $L = 2$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } L = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+1}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \left(2 + \frac{1}{x} \right)}{x \left(1 + \frac{1}{x} \right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 + \frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{x}} = \frac{2+0}{1+0} = 2.$$

Câu 36: (THPT Chuyên ĐH Vinh – lần 1 - năm 2017 – 2018) Hàm số nào trong các hàm số dưới đây không liên tục trên \mathbb{R} ?

- A. $y = |x|$. B. $y = \frac{x}{x+1}$. C. $y = \sin x$. D. $y = \frac{x}{|x|+1}$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định của hàm số $y = \frac{x}{x+1}$ là $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Hàm số liên tục trên từng khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$ nên hàm số không liên tục trên \mathbb{R} .

Câu 37: (THPT Yên Lạc – Vĩnh Phúc – lần 4 - năm 2017 – 2018) Tìm giới hạn

$$I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n-2}{n+3}.$$

- A. $I = -\frac{2}{3}$. B. $I = 1$. C. $I = 3$. D. $k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n-2}{n+3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 - \frac{2}{n}}{1 + \frac{3}{n}} = 3.$$

Câu 38: (THPT Yên Lạc – Vĩnh Phúc – lần 4 - năm 2017 – 2018) Tính tổng S của cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng đầu $u_1 = 1$ và công bội $q = -\frac{1}{2}$.

- A. $S = 2$. B. $S = \frac{3}{2}$. C. $S = 1$. D. $S = \frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn D

$$S = \frac{u_1}{1-q} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{2}{3}.$$

Câu 39: (SGD Bắc Giang – năm 2017 – 2018) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-1}{2x+5}$ bằng

- A.** 0. **B.** $+\infty$. **C.** $-\infty$. **D.** $-\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Câu 40: (THPT Chuyên Thoại Ngọc Hầu – An Giang - Lần 3 năm 2017 – 2018)

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1-x}{3x+2}$ bằng

- A.** $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $-\frac{1}{3}$. **D.** $-\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1-x}{3x+2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{1}{x}-1}{3+\frac{2}{x}} = -\frac{1}{3}$.

Câu 41: $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x-1}{x+5}$ bằng

- A.** 3. **B.** -3. **C.** $-\frac{1}{5}$. **D.** 5.

Câu 42: (THPT Chuyên Ngữ – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x-1}{x+5}$ bằng

- A.** 3. **B.** -3. **C.** $-\frac{1}{5}$. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x-1}{x+5} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3-\frac{1}{x}}{1+\frac{5}{x}} = 3$.

Câu 43: (THPT Trần Phú – Hà Tĩnh - Lần 2 năm 2017 – 2018) Giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{cx^2+a}{x^2+b}$ bằng?

- A.** a. **B.** b. **C.** c. **D.** $\frac{a+b}{c}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{cx^2+a}{x^2+b} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{c+\frac{a}{x^2}}{1+\frac{b}{x^2}} = \frac{c+0}{1+0} = c$.

Câu 44: (THPT Thuận Thành 2 – Bắc Ninh - Lần 2 năm 2017 – 2018) Hàm số nào dưới đây gián đoạn tại điểm $x_0 = -1$.

- A. $y = (x+1)(x^2 + 2)$. B. $y = \frac{2x-1}{x+1}$. C. $y = \frac{x}{x-1}$. D. $y = \frac{x+1}{x^2+1}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y = \frac{2x-1}{x+1}$ không xác định tại $x_0 = -1$ nên gián đoạn tại $x_0 = -1$.

Câu 45: (SGD Quảng Nam – năm 2017 – 2018) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-1}{3-x}$ bằng.

- A. -2 . B. $\frac{2}{3}$. C. 1 . D. 2 .

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-1}{3-x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2-\frac{1}{x}}{\frac{3}{x}-1} = -2$.

Câu 46: (THPT Chuyên ĐH Vinh – Lần 2 – năm 2017 – 2018)

Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+1}{(x+2)^2}$ bằng

- A. $-\infty$. B. $\frac{3}{16}$. C. 0 . D. $+\infty$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+1}{(x+2)^2} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{1}{(x+2)^2} \cdot (x+1) = -\infty$.

Do $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{1}{(x+2)^2} = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -2} (x+1) = -1 < 0$.

Câu 47: (THPT Số 1-484 tháng 10 năm 2017-2018) Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{e^{ax}-1}{x} & \text{khi } x \neq 0 \\ \frac{1}{2} & \text{khi } x = 0 \end{cases}$. Tìm

giá trị của a để hàm số liên tục tại $x_0 = 0$.

- A. $a = 1$. B. $a = \frac{1}{2}$. C. $a = -1$. D. $a = -\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{ax}-1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{ax}-1}{ax} \cdot a = a$.

$f(0) = \frac{1}{2}$; hàm số liên tục tại $x_0 = 0$ khi và chỉ khi: $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}$.

Câu 48: (THTT Số 1-484 tháng 10 năm 2017-2018) Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{3-x^2}{2} & \text{khi } x < 1 \\ \frac{1}{x} & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$.

Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

- A.** Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 1$.
- B.** Hàm số $f(x)$ có đạo hàm tại $x = 1$.
- C.** Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 1$ và hàm số $f(x)$ cũng có đạo hàm tại $x = 1$.
- D.** Hàm số $f(x)$ không có đạo hàm tại $x = 1$.

Lời giải

Chọn D

$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3-x^2}{2} = 1$ và $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x} = 1$. Do đó, hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 1$.

$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1-x^2}{2(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1+x}{-2} = -1$ và

$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1-x}{x(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-1}{x} = -1$. Do đó, hàm số $f(x)$ có đạo hàm tại $x = 1$.

Câu 49: (THPT Chuyên Bắc Ninh-lần 1-năm 2017-2018)

Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 3m & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số

gián đoạn tại $x = 1$.

- A.** $m \neq 2$.
- B.** $m \neq 1$.
- C.** $m \neq 2$.
- D.** $m \neq 3$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định của hàm số là \mathbb{R} .

Hàm số gián đoạn tại $x = 1$ khi $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) \neq f(1) \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1} \neq 3m$

$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+2)}{x-1} \neq 3m \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} (x+2) \neq 3m \Leftrightarrow 3 \neq 3m \Leftrightarrow m \neq 1$.

Câu 50: (THPT Chuyên Bắc Ninh-lần 1-năm 2017-2018) Cho $I = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(\sqrt{3x+1}-1)}{x}$ và

$J = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2}{x + 1}$. Tính $I - J$.

- A.** 6.
- B.** 3.
- C.** -6.
- D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Ta có

$$I = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(\sqrt{3x+1}-1)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{6x}{x(\sqrt{3x+1}+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{6}{\sqrt{3x+1}+1} = 3.$$

$$J = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x-2)}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} (x-2) = -3.$$

Khi đó $I - J = 6$.

Câu 51: (THPT Xuân Hòa-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018)

Tính giới hạn $\lim \left[\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} \right]$.

A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n-1} - \frac{1}{n} + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = 1 - \frac{1}{n+1}.$$

$$\text{Vậy } \lim \left[\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} \right] = \lim \left(1 - \frac{1}{n+1} \right) = 1.$$

Câu 52: (THPT Sơn Tây-Hà Nội-lần 1-năm 2017-2018)

Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x+a-1 & \text{khi } x \leq 0 \\ \frac{\sqrt{1+2x}-1}{x} & \text{khi } x > 0 \end{cases}$. Tìm tất cả giá trị của a để hàm số đã cho liên tục trên \mathbb{R} .

A. $a = 1$.

B. $a = 3$.

C. $a = 2$.

D. $a = 4$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có: Hàm số liên tục trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(0; +\infty)$.

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (3x+a-1) = a-1.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1+2x}-1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2}{\sqrt{1+2x}+1} = 1.$$

$$f(0) = a-1.$$

Hàm số liên tục trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow$ Hàm số liên tục tại điểm $x=0 \Leftrightarrow a-1=1 \Leftrightarrow a=2$.

Câu 53: (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018) Chọn kết quả đúng của $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1+3x}{\sqrt{2x^2+3}}$.

A. $-\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có:
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1+3x}{\sqrt{2x^2+3}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\left(\frac{1}{x}+3\right)}{|x|\sqrt{2+\frac{3}{x^2}}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{1}{x}+3}{\sqrt{2+\frac{3}{x^2}}} = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 54: (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-đề 2-năm 2017-2018)

Chọn kết quả đúng của $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1+3x}{\sqrt{2x^2+3}}$.

A. $-\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có:
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1+3x}{\sqrt{2x^2+3}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\left(\frac{1}{x}+3\right)}{|x|\sqrt{2+\frac{3}{x^2}}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{1}{x}+3}{\sqrt{2+\frac{3}{x^2}}} = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 55: (THPT Nguyễn Khuyến-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)

Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2-4 & \text{khi } x \neq 2 \\ m^2+3m & \text{khi } x = 2 \end{cases}$. Tìm m để hàm số liên tục tại $x_0 = 2$.

A. $m = 0$ hoặc $m = 1$.

B. $m = 1$ hoặc $m = -4$.

C. $m = -4$ hoặc $m = -1$.

D. $m = 0$ hoặc $m = -4$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x+2) = 2+2 = 4$.

Hàm số đã cho liên tục tại $x_0 = 2$ khi và chỉ khi $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2)$

$\Leftrightarrow 4 = m^2 + 3m \Leftrightarrow m^2 + 3m - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -4 \end{cases}$.

Câu 56: (THPT Nguyễn Khuyến-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018) Tìm $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1}$.

A. -1 .

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $\frac{5}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có
$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x+3}-2)(\sqrt{x+3}+2)}{(x-1)(\sqrt{x+3}+2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+3-4}{(x-1)(\sqrt{x+3}+2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(\sqrt{x+3}+2)} = \frac{1}{\sqrt{1+3}+2} = \frac{1}{4}.$$

Câu 57: (THPT Hai Bà Trưng-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)

Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x-\sqrt{x+2}}{x^2-4} & \text{khi } x > 2 \\ x^2+ax+3b & \text{khi } x < 2 \text{ liên tục tại } x=2. \text{ Tính } I=a+b? \\ 2a+b-6 & \text{khi } x=2 \end{cases}$

A. $I = \frac{19}{30}$.

B. $I = -\frac{93}{16}$.

C. $I = \frac{19}{32}$.

D. $I = -\frac{173}{16}$.

Lời giải

Chọn C

Để hàm $f(x)$ liên tục tại $x=2$ cần có $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2)$.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 2^+} \left(\frac{x-\sqrt{x+2}}{x^2-4} \right) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2-x-2}{(x+2)(x-2)(x+\sqrt{x+2})} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x+1}{(x+2)(x+\sqrt{x+2})} = \frac{3}{16}$.

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} (x^2+ax+3b) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (x^2+ax+3b) = 2a+3b+4$$

$$f(2) = 2a+b-6$$

Suy ra ta được hệ phương trình: $\begin{cases} 2a+b-6 = \frac{3}{16} \\ 2a+3b+4 = \frac{3}{16} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{179}{32} \\ b = -5 \end{cases} \Rightarrow a+b = \frac{19}{32}$.

Câu 58: (THPT Việt Trì-Phủ Thọ-lần 1-năm 2017-2018)

Tìm a để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2x+1}-\sqrt{x+5}}{x-4} & \text{khi } x > 4 \\ \frac{(a+2)x}{4} & \text{khi } x \leq 4 \end{cases}$ liên tục trên tập xác định.

A. $a = 3$.

B. $a = \frac{5}{2}$.

C. $a = 2$.

D. $a = -\frac{11}{6}$.

Lời giải

Chọn D

* TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

NX: Hàm số $f(x)$ liên tục trên các khoảng $(-\infty; 4)$ và $(4; +\infty)$

Do đó, để hàm số liên tục trên \mathbb{R} ta cần tìm a để hàm số liên tục tại $x=4$

ĐK: $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = f(4)$

$$\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{(\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+5})(\sqrt{2x+1} + \sqrt{x+5})}{(x-4)(\sqrt{2x+1} + \sqrt{x+5})} = \lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{1}{\sqrt{2x+1} + \sqrt{x+5}} = \frac{1}{6}$$

$$\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{(a+2)x}{4} = a+2 = f(4)$$

$$\text{Cần có: } a+2 = \frac{1}{6} \Leftrightarrow a = -\frac{11}{6}.$$

Câu 59: (THPT Việt Trì-Phú Thọ-lần 1-năm 2017-2018) Giá trị giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - x} - \sqrt{4x^2 + 1}}{2x + 3}$

bằng:

A. $-\frac{1}{2}$.

B. $+\infty$.

C. $-\infty$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - x} - \sqrt{4x^2 + 1}}{2x + 3} &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x|\sqrt{1 - \frac{1}{x}} - |x|\sqrt{4 + \frac{1}{x^2}}}{x\left(2 + \frac{3}{x}\right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x\sqrt{1 - \frac{1}{x}} + x\sqrt{4 + \frac{1}{x^2}}}{x\left(2 + \frac{3}{x}\right)} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{1 - \frac{1}{x}} + \sqrt{4 + \frac{1}{x^2}}}{2 + \frac{3}{x}} = \frac{-\sqrt{1-0} + \sqrt{4+0}}{2+0} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Câu 60: (THPT Thạch Thành-Thanh Hóa-năm 2017-2018) Dãy số nào sau đây có giới hạn khác 0?

A. $\frac{1}{n}$.

B. $\frac{1}{\sqrt{n}}$.

C. $\frac{n+1}{n}$.

D. $\frac{\sin n}{\sqrt{n}}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} 1 + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 1.$$

Câu 61: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 2-năm 2017-2018)

Cho bốn hàm số $f_1(x) = \sqrt{x-1}$; $f_2(x) = x$; $f_3(x) = \tan x$; $f_4(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{khi } x \neq 1 \\ 2 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Hỏi trong bốn

hàm số trên có bao nhiêu hàm số liên tục trên \mathbb{R} ?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn B

+ Hàm số $f_1(x) = \sqrt{x-1}$ và $f_3(x) = \tan x$ không có tập xác định là \mathbb{R} nên hàm số không liên tục trên \mathbb{R} .

+ Hàm số $f_2(x) = x$ liên tục trên \mathbb{R} .

+ Hàm số $f_4(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 2 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ có tập xác định là \mathbb{R} và hàm số liên tục trên các khoảng

$(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$. Ta cần xét tính liên tục của hàm số $y = f_4(x)$ tại $x = 1$.

Ta có $f_4(1) = 2$ và $\lim_{x \rightarrow 1} f_4(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+1) = 2 = f_4(1)$ nên hàm số liên tục tại $x = 1$. Do đó, hàm số $y = f_4(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Vậy trong bốn hàm số trên có 2 hàm số liên tục trên \mathbb{R} .

Câu 62: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 2-năm 2017-2018)

Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x+m & \text{khi } x \leq 0 \\ \frac{\sqrt{1+4x}-1}{x} & \text{khi } x > 0 \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị của m để tồn tại giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

A. $m = 2$.

B. $m = -1$.

C. $m = 3$.

D. $m = 1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (2x+m) = m$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1+4x}-1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{4}{\sqrt{1+4x}+1} = 2$$

Tồn tại giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ khi và chỉ khi $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \Leftrightarrow m = 2$.

Câu 63: (THPT Quảng Xương-Thành Hóa-lần 1-năm 2017-2018) Tìm tất cả các giá trị của tham

số m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-2x}{x-2} & \text{khi } x > 2 \\ mx-4 & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$ liên tục tại $x = 2$.

A. $m = 1$.

B. Không tồn tại m .

C. $m = 3$.

D. $m = -2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f(2) = 2m - 4$; $\lim_{x \rightarrow 2^-} (mx - 4) = 2m - 4$; $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 2x}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} x = 2$.

Để hàm số liên tục tại $x = 2 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = f(2) \Leftrightarrow 2m - 4 = 2 \Leftrightarrow m = 3$.

Câu 64: (THPT Quảng Xương-Thành Hóa-lần 1-năm 2017-2018) Cho $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{a\sqrt{x^2+1} + 2017}{x + 2018} = \frac{1}{2}$;

$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + bx + 1} - x) = 2$. Tính $P = 4a + b$.

A. $P = 3$.

B. $P = -1$.

C. $P = 2$.

D. $P = 1$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{a\sqrt{x^2+1}+2017}{x+2018} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \left(-a\sqrt{1+\frac{1}{x^2}} + \frac{2017}{x} \right)}{x \left(1 + \frac{2018}{x} \right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-a\sqrt{1+\frac{1}{x^2}} + \frac{2017}{x}}{1 + \frac{2018}{x}}$$

$$= -a.$$

Nên $-a = \frac{1}{2} \Leftrightarrow a = -\frac{1}{2}$.

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+bx+1}-x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\sqrt{x^2+bx+1}-x)(\sqrt{x^2+bx+1}+x)}{\sqrt{x^2+bx+1}+x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{bx+1}{x \left(\sqrt{1+\frac{b}{x}+\frac{1}{x^2}}+1 \right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left(b+\frac{1}{x} \right)}{x \left(\sqrt{1+\frac{b}{x}+\frac{1}{x^2}}+1 \right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{b+\frac{1}{x}}{\sqrt{1+\frac{b}{x}+\frac{1}{x^2}}+1} = \frac{b}{2}.$$

Nên $\frac{b}{2} = 2 \Leftrightarrow b = 4$.

Vậy $P = 4 \left(-\frac{1}{2} \right) + 4 = 2$.

Câu 65: (THPT Bình Xuyên-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018) Hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ a & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên

tục tại điểm $x_0 = 1$ thì a bằng?

- A. 1. B. 0. C. 2. D. -1.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+1) = 2; f(1) = a.$$

Để hàm số liên tục tại $x_0 = 1$ thì $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \Rightarrow a = 2$.

Câu 66: (THPT Bình Xuyên-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018) Giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n}}{2n^2+3}$ có kết quả là:

- A. 2. B. 0. C. $+\infty$. D. 4.

Lời giải

Chọn B

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n}}{2n^2+3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{\frac{1}{n^3}}}{2+\frac{3}{n^2}} = \frac{0}{2+0} = 0.$$

Câu 67: (THPT Ngô Sĩ Liên-Bắc Giang-lần 1-năm 2017-2018) Giá trị của $I = \lim_{x \rightarrow -\sqrt{2}} \frac{x+\sqrt{2}}{x^2-2}$ bằng

- A. 2. B. $\frac{-1}{2\sqrt{2}}$. C. 1. D. $\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B

$$I = \lim_{x \rightarrow -\sqrt{2}} \frac{x + \sqrt{2}}{x^2 - 2} = \lim_{x \rightarrow -\sqrt{2}} \frac{x + \sqrt{2}}{(x + \sqrt{2})(x - \sqrt{2})} = \lim_{x \rightarrow -\sqrt{2}} \frac{1}{x - \sqrt{2}} = \frac{-1}{2\sqrt{2}}.$$

Câu 68: (THPT Tam Phước-Đồng Nai-lần 1-năm 2017-2018)

Cho đường cong $y = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$ có đồ thị (C). Phương trình tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của (C) với trục tung là:

- A. $y = 8x + 1$. B. $y = 3x - 1$. C. $y = 3x + 1$. D. $y = -8x + 1$.

Lời giải

Chọn C

Tọa độ giao điểm là $M(0;1) \Rightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 1 \end{cases}$ nên phương trình tiếp tuyến là:

$$(\Delta): y = f'(x_0) \cdot (x - x_0) + y_0 \Leftrightarrow (\Delta): y = 3x + 1$$

Câu 69: (THPT Chuyên Lam-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018)

Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 4x^2 + 3}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ ax + \frac{5}{2} & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Xác định a để hàm số liên tục trên \mathbb{R} .

- A. $a = -\frac{5}{2}$. B. $a = \frac{5}{2}$. C. $a = \frac{15}{2}$. D. $a = -\frac{15}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Với $x \neq 1$, ta có $f(x) = \frac{x^3 - 4x^2 + 3}{x - 1}$ liên tục trên tập xác định.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 4x^2 + 3}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 - 3x - 3)(x - 1)}{x - 1} = -5.$$

$$f(1) = a + \frac{5}{2}.$$

Để hàm số liên tục trên \mathbb{R} thì hàm số phải liên tục tại $x = 1$. Điều này xảy ra khi

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \Leftrightarrow a + \frac{5}{2} = -5 \Leftrightarrow a = -\frac{15}{2}.$$

Câu 70: (THPT Số 3-486 tháng 12 năm 2017-2018) Xác định $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x^2}$.

- A. 0. B. $-\infty$. C. Không tồn tại. D. $+\infty$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{|x|}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = +\infty$.

$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x|}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-1}{x} = +\infty$.

Vậy không tồn tại $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x^2}$.

Câu 71: (THTT Số 3-486 tháng 12 năm 2017-2018) Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho

hàm số $f(x) = \begin{cases} 2\sqrt{x} - m & \text{khi } x \geq 0 \\ mx + 2 & \text{khi } x < 0 \end{cases}$ liên tục trên \mathbb{R} .

A. $m = 2$.

B. $m = \pm 2$.

C. $m = -2$.

D. $m = 0$.

Lời giải

Chọn C

Trên khoảng $(0; +\infty)$ hàm số $f(x) = 2\sqrt{x} - m$ là hàm số liên tục.

Trên khoảng $(-\infty; 0)$ hàm số $f(x) = mx + 2$ là hàm số liên tục.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (2\sqrt{x} - m) = -m = f(0)$ và $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (mx + 2) = 2$.

Hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} khi và chỉ khi

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = f(0) \Leftrightarrow -m = 2 \Leftrightarrow m = -2.$$

Câu 72: (SGD Vĩnh Phúc-KSCL lần 1 năm 2017-2018)

Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \frac{2 - \sqrt{x+3}}{x^2 - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ \frac{1}{8} & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Tính $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$.

A. $\frac{1}{8}$.

B. $+\infty$.

C. 0.

D. $-\frac{1}{8}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2 - \sqrt{x+3}}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{4 - x - 3}{(x-1)(x+1)(2 + \sqrt{x+3})} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-1}{(x+1)(2 + \sqrt{x+3})} = +\infty.$$

Câu 73: (THPT Lê Văn Thịnh-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{khi } x \leq 1 \\ x + m & \text{khi } x > 1 \end{cases}$

liên tục tại điểm $x_0 = 1$ khi m nhận giá trị

A. $m = 1$.

B. $m = 2$.

C. m bất kỳ.

D. $m = -1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x^2 - 1) = 0$; $f(1) = 0$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x + m) = m + 1$

Hàm số liên tục tại $x_0 = 1 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1) \Leftrightarrow m + 1 = 0 \Leftrightarrow m = -1$.

Câu 74: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-MĐ 903 lần 1-năm 2017-2018) Tính $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{1+n}$ được kết quả là

- A.** 2. **B.** 0. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** 1.

Lời giải**Chọn A**

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{1+n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n\left(2+\frac{1}{n}\right)}{n\left(\frac{1}{n}+1\right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2+\frac{1}{n}}{\frac{1}{n}+1} = \frac{2+0}{0+1} = 2.$$

Câu 75: (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018)

Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2x+1}-\sqrt{x+5}}{x-4} & \text{khi } x \neq 4 \\ a+2 & \text{khi } x = 4 \end{cases}$. Tìm tất cả giá trị thực của tham số a để hàm

số liên tục tại $x_0 = 4$.

- A.** $a = \frac{5}{2}$. **B.** $a = 2$. **C.** $a = -\frac{11}{6}$. **D.** $a = 3$.

Lời giải**Chọn C**

Hàm số liên tục tại $x = 4$ khi $f(4) = \lim_{x \rightarrow 4} f(x)$.

Ta có $f(4) = a + 2$;

$$\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1}-\sqrt{x+5}}{x-4} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x+1-x-5}{(x-4)(\sqrt{2x+1}+\sqrt{x+5})} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{1}{\sqrt{2x+1}+\sqrt{x+5}} = \frac{1}{6}$$

$$\text{Suy ra } f(4) = \lim_{x \rightarrow 4} f(x) \Leftrightarrow a + 2 = \frac{1}{6} \Leftrightarrow a = -\frac{11}{6}.$$

Câu 76: (THPT Đoàn Thượng-Hải Dương-lần 2 năm 2017-2018)

Giới hạn nào dưới đây có kết quả là $\frac{1}{2}$?

- A.** $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{2}(\sqrt{x^2+1}-x)$. **B.** $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2+1}+x)$.
C. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{2}(\sqrt{x^2+1}+x)$. **D.** $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2+1}-x)$.

Lời giải

Chọn D

$$\begin{aligned} \text{Xét: } \lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2+1}-x) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2+1}+x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{|x|\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}+x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}+x} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}+1} = \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Câu 77: (THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Tính $\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{2x^2-6}{x-\sqrt{3}} = a\sqrt{b}$ (a, b

nguyên). Khi đó giá trị của $P = a + b$ bằng

A. 7.

B. 10.

C. 5.

D. 6.

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{2x^2-6}{x-\sqrt{3}} = \lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{2(x^2-3)}{x-\sqrt{3}} = \lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} 2(x+\sqrt{3}) = 4\sqrt{3}.$$

Suy ra $a = 4, b = 3$. Vậy $P = a + b = 7$.

Câu 78: (THPT Triệu Thị Trinh-lần 1 năm 2017-2018) Để hàm số $y = \begin{cases} x^2 + 3x + 2 & \text{khi } x \leq -1 \\ 4x + a & \text{khi } x > -1 \end{cases}$

liên tục tại điểm $x = -1$ thì giá trị của a là

A. 4.

B. 1.

C. -1.

D. -4.

Lời giải

Chọn A

Hàm số xác định trên \mathbb{R} .

Ta có $f(-1) = 0$.

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} (x^2 + 3x + 2) = 0 \text{ và } \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} (4x + a) = a - 4.$$

Hàm số đã cho liên tục tại $x = -1$ khi và chỉ khi $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = f(-1)$

$$\Leftrightarrow a - 4 = 0 \Leftrightarrow a = 4.$$

Câu 79: (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 3 năm 2017-2018) Cho hàm số $y = \begin{cases} 3x + 1 & \text{khi } x \geq -1 \\ x + m & \text{khi } x < -1 \end{cases}$,

m là tham số. Tìm m để hàm số liên tục trên \mathbb{R} .

A. $m = 5$.

B. $m = -1$.

C. $m = 3$.

D. $m = -3$.

Lời giải

Chọn B

Ta có hàm số liên tục trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

Xét tính liên tục của hàm số tại $x = -1$.

$$\text{Có } y(-1) = -2 = \lim_{x \rightarrow -1^+} y \text{ và } \lim_{x \rightarrow -1^-} y = -1 + m.$$

Để hàm số liên tục trên \mathbb{R} thì $y(-1) = \lim_{x \rightarrow -1^+} y = \lim_{x \rightarrow -1^-} y \Leftrightarrow -2 = -1 + m \Leftrightarrow m = -1$.

Câu 80: (SGD Bắc Ninh năm 2017-2018) Tìm m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-16}{x-4} & \text{khi } x > 4 \\ mx+1 & \text{khi } x \leq 4 \end{cases}$ liên

tục tại điểm $x = 4$.

- A. $m = -8$. B. $m = 8$. C. $m = -\frac{7}{4}$. D. $m = \frac{7}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{x^2-16}{x-4} = \lim_{x \rightarrow 4^+} (x+4) = 8$.

Và: $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^-} (mx+1) = 4m+1 = f(4)$.

Hàm số $f(x)$ liên tục tại điểm $x = 4$ nếu $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = f(4)$.

$\Rightarrow 4m+1 = 8 \Leftrightarrow m = \frac{7}{4}$.

Câu 81: (SGD Bắc Ninh năm 2017-2018) Tính giới hạn $I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+2017}{3n+2018}$.

- A. $I = \frac{2}{3}$. B. $I = \frac{3}{2}$. C. $I = \frac{2017}{2018}$. D. $I = 1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+2017}{3n+2018} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{2017}{n}}{3 + \frac{2018}{n}} = \frac{2}{3}$.

Câu 82: (SGD Ninh Bình năm 2017-2018) Trong các giới hạn hữu hạn sau, giới hạn nào có giá trị khác với các giới hạn còn lại?

- A. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n-1}{3n+1}$. B. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{2n-1}$. C. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n+1}{3n-1}$. D. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n-1}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n-1}{3n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 - \frac{1}{n}}{3 + \frac{1}{n}} = \frac{3}{3} = 1$ vì $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$; $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{2n-1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{1}{n}}{2 - \frac{1}{n}} = \frac{2}{2} = 1$ vì $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n+1}{3n-1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4 + \frac{1}{n}}{3 - \frac{1}{n}} = \frac{4}{3}$ vì $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$; $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n-1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{1}{n}}{1 - \frac{1}{n}} = 1$ vì $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$.

Câu 83: (THPT Chuyên ĐH KHTN-Hà Nội năm 2017-2018) Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2}-2}{x-2}$ bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. 0.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{(x-2)(\sqrt{x+2}+2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{\sqrt{x+2}+2} = \frac{1}{4}.$$

Câu 84: (THPT Chuyên Hạ Long-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Tìm tất cả các giá trị thực

của m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x - 2}{x - 2} & \text{khi } x \neq 2 \\ m^2 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$ liên tục tại $x = 2$.

A. $m = \sqrt{3}$.

B. $m = 1$.

C. $m = \pm\sqrt{3}$.

D. $m = \pm 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Hàm số $f(x)$ liên tục tại

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2) \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x - 2} = m^2 \Leftrightarrow 3 = m^2 \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{3}.$$

Câu 85: (THPT Chuyên Phan Bội Châu-Nghệ An- lần 1 năm 2017-2018) Cho hàm số

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + mx & \text{khi } x \leq 1 \\ \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x-1} & \text{khi } x > 1 \end{cases}. \text{ Tìm } m \text{ để hàm số đã cho liên tục tại } x = 1.$$

A. $\frac{1}{3}$.

B. $-\frac{3}{4}$.

C. 0.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

Nhận xét: $f(1) = 1 + m$.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x^2 + mx) = 1 + m.$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+3-4}{(x-1)(\sqrt{x+3}+2)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{(\sqrt{x+3}+2)} = \frac{1}{4}.$$

Để hàm số đã cho liên tục tại $x = 1$ thì $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) \Leftrightarrow m + 1 = \frac{1}{4}$

$$\Leftrightarrow m = -\frac{3}{4}.$$

Câu 86: (THPT Chuyên Phan Bội Châu-Nghệ An- lần 1 năm 2017-2018) Tính $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-2n}{3n+1}$.

A. -5.

B. 7.

C. $-\frac{2}{3}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn C

A. $m = \frac{3}{2}$.

B. $m = \frac{13}{2}$.

C. $m = \frac{11}{2}$.

D. $m = -\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

$$f(2) = 2m + 1.$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(x^2 + 2x + 4)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 2x + 4) = 12.$$

$$\text{Hàm số liên tục tại } x_0 = 2 \Leftrightarrow f(2) = \lim_{x \rightarrow 2} f(x) \Leftrightarrow 2m + 1 = 12 \Leftrightarrow m = \frac{11}{2}.$$

Câu 91: (THPT Kinh Môn 2-Hải Dương năm 2017-2018) Kết quả của giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ bằng

A. 0.

B. 4.

C. -4.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(x + 2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x + 2) = 4.$$

Câu 92: (THPT Kinh Môn 2-Hải Dương năm 2017-2018) Cho dãy số $u_1 = 1; u_n = u_{n-1} + 2$, ($n \in \mathbb{N}, n > 1$). Kết quả nào đúng ?

A. $u_5 = 9$.

B. $u_3 = 4$.

C. $u_2 = 2$.

D. $u_6 = 13$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $u_n = u_{n-1} + 2 \Rightarrow u_n - u_{n-1} = 2$ nên dãy (u_n) là một cấp số cộng với công sai $d = 2$.

Nên theo công thức tổng quát của CSC $u_n = u_1 + (n - 1)d$.

$$\text{Do đó: } u_2 = u_1 + d = 1 + 2 = 3; u_3 = u_1 + 2d = 1 + 2 \cdot 2 = 5; u_5 = u_1 + 4d = 1 + 4 \cdot 2 = 9;$$

$$u_6 = u_1 + 5d = 1 + 5 \cdot 2 = 11.$$

$$\text{Vậy } u_5 = 9.$$

Câu 93: (THPT Kinh Môn 2-Hải Dương năm 2017-2018) Cho hàm số

$$y = f(x) = \begin{cases} \frac{|2x^2 - 7x + 6|}{x - 2} & \text{khi } x < 2 \\ a + \frac{1 - x}{2 + x} & \text{khi } x \geq 2 \end{cases}.$$

Biết a là giá trị để hàm số $f(x)$ liên tục tại

$$x_0 = 2, \text{ tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình } -x^2 + ax + \frac{7}{4} > 0.$$

A. 1.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

Tại $x_0 = 2$, ta có:

- $f(2) = a - \frac{1}{4}$

- $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \left(a + \frac{1-x}{2+x} \right) = a - \frac{1}{4}$.

- $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|2x^2 - 7x + 6|}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|(x-2)(2x-3)|}{x-2}$
 $= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x-2)(2x-3)}{x-2} = -\lim_{x \rightarrow 2^-} (2x-3) = -1$.

Để hàm số liên tục tại $x_0 = 2$ thì $f(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$

$$\Leftrightarrow a - \frac{1}{4} = -1 \Leftrightarrow a = -\frac{3}{4}$$

Với $a = -\frac{3}{4}$, xét bất phương trình $-x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{7}{4} > 0 \Leftrightarrow -\frac{7}{4} < x < 1$

Mà $x \in \mathbb{Z}$ nên $x \in \{-1; 0\}$.

Vậy bất phương trình đã cho có 2 nghiệm nguyên.

Câu 94: (THPT Lê Hoàn-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018) Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $[a; b]$. Tìm mệnh đề đúng.

A. Nếu hàm số $f(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và $f(a)f(b) > 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ không có nghiệm trong khoảng $(a; b)$.

B. Nếu $f(a)f(b) < 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm trong khoảng $(a; b)$.

C. Nếu hàm số $f(x)$ liên tục, tăng trên $[a; b]$ và $f(a)f(b) > 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ không có nghiệm trong khoảng $(a; b)$.

D. Nếu phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm trong khoảng $(a; b)$ thì hàm số $f(x)$ phải liên tục trên $(a; b)$.

Lời giải

Chọn C

Vì $f(a)f(b) > 0$ nên $f(a)$ và $f(b)$ cùng dương hoặc cùng âm. Mà $f(x)$ liên tục, tăng trên $[a; b]$ nên đồ thị hàm $f(x)$ nằm trên hoặc nằm dưới trục hoành trên $[a; b]$ hay phương trình $f(x) = 0$ không có nghiệm trong khoảng $(a; b)$.

Câu 95: (THPT Lê Hoàn-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018) Số nào trong các số sau là bằng

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2 + x} - 2\sqrt{3}}{x-3} ?$$

A. $\frac{\sqrt{3}}{12}$.

B. $-\frac{\sqrt{3}}{12}$.

C. $\frac{7\sqrt{3}}{12}$.

D. $-\frac{7\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2 + x} - 2\sqrt{3}}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{(x - 3)(\sqrt{x^2 + x} + 2\sqrt{3})}$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x - 3)(x + 4)}{(x - 3)(\sqrt{x^2 + x} + 2\sqrt{3})} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x + 4}{\sqrt{x^2 + x} + 2\sqrt{3}} = \frac{3 + 4}{\sqrt{3^2 + 3} + 2\sqrt{3}} = \frac{7}{4\sqrt{3}} = \frac{7\sqrt{3}}{12}.$$

Câu 96: (THPT Ninh Giang-Hải Dương năm 2017-2018) Giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + n^2}{n^3 + 2n + 7}$ có giá trị bằng ?

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{1}{6}$.

C. 0.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có kết quả quen thuộc $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

$$\text{Do đó } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + n^2}{n^3 + 2n + 7} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(n+1)(2n+1)}{6(n^3 + 2n + 7)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(1 + \frac{1}{n}\right)\left(2 + \frac{1}{n}\right)}{6\left(1 + \frac{2}{n^2} + \frac{7}{n^3}\right)} = \frac{1 \cdot 2}{6} = \frac{1}{3}.$$

(THPT Phan Đăng Lưu-Huế-lần 1 năm 2017-2018) Tính

Câu 97: Giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x}{\sqrt{2 - x} - 1}$.

A. $L = -6$.

B. $L = -4$.

C. $L = 2$.

D. $L = -2$.

Lời giải.

Chọn C

$$L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x}{\sqrt{2 - x} - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(1 - x)(\sqrt{2 - x} + 1)}{-x + 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (\sqrt{2 - x} + 1) = 2.$$

Câu 98: (THPT Phan Đăng Lưu-Huế-lần 1 năm 2017-2018) Cho bốn hàm số $f_1(x) = 2x^3 - 3x + 1$,

$f_2(x) = \frac{3x+1}{x-2}$, $f_3(x) = \cos x + 3$ và $f_4(x) = \log_3 x$. Hỏi có bao nhiêu hàm số liên tục trên tập \mathbb{R} ?

A. 1.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

* Ta có hai hàm số $f_2(x) = \frac{3x+1}{x-2}$ và $f_4(x) = \log_3 x$ có tập xác định không phải là tập \mathbb{R} nên không thỏa yêu cầu.

* Cả hai hàm số $f_1(x) = 2x^3 - 3x + 1$ và $f_3(x) = \cos x + 3$ đều có tập xác định là \mathbb{R} đồng thời liên tục trên \mathbb{R} .

Câu 99: (THPT Phan Đăng Lưu-Huế-lần 1 năm 2017-2018) Hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{khi } x \leq 1 \\ x + m & \text{khi } x > 1 \end{cases}$ liên

tục tại điểm $x_0 = 1$ khi m nhận giá trị

A. $m = -2$.

B. $m = 2$.

C. $m = -1$.

D. $m = 1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x^2 + 1) = 2$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x + m) = 1 + m$. Để hàm số liên tục tại $x_0 = 1$ thì $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \Leftrightarrow 2 = m + 1 \Leftrightarrow m = 1$.

Câu 100: (THPT Thanh Miện 1-Hải Dương-lần 1 năm 2017-2018) Cho các giới hạn: $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 2$;

$\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 3$, hỏi $\lim_{x \rightarrow x_0} [3f(x) - 4g(x)]$ bằng

A. 5.

B. 2.

C. -6.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim_{x \rightarrow x_0} [3f(x) - 4g(x)] = \lim_{x \rightarrow x_0} 3f(x) - \lim_{x \rightarrow x_0} 4g(x) = 3 \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) - 4 \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = -6$.