

CHUYÊN ĐỀ : HÌNH VUÔNG

A. LÝ THUYẾT

1. Định nghĩa:

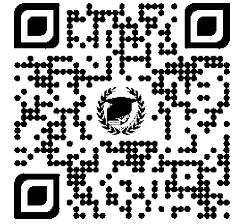
Hình vuông là tứ giác có bốn góc vuông và có bốn cạnh bằng nhau.

2. Tính chất:

Hình vuông có tất cả các tính chất của hình chữ nhật và hình thoi.

3. Dấu hiệu nhận biết:

- Hình chữ nhật có hai cạnh kề bằng nhau là hình vuông.
- Hình chữ nhật có hai đường chéo vuông góc với nhau là hình vuông.
- Hình chữ nhật có một đường chéo là đường phân giác của một góc là hình vuông.
- Hình thoi có một góc vuông là hình vuông.
- Hình thoi có hai đường chéo bằng nhau là hình vuông.
- Một tứ giác vừa là hình chữ nhật, vừa là hình thoi thì tứ giác đó là hình vuông.



B. BÀI TẬP ÁP DỤNG

B1 : BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Hãy khoan tròn vào phương án đúng nhất trong các phương án sau ?

- A. Hình vuông là tứ giác có 4 góc vuông và 4 cạnh bằng nhau.
- B. Hình vuông là tứ giác có 4 góc bằng nhau.
- C. Hình vuông là tứ giác có 4 cạnh bằng nhau.
- D. Hình vuông là tứ giác có hai cạnh kề bằng nhau.

Câu 2: Hãy chọn đáp án sai trong các phương án sau đây ?

- A. Trong hình vuông có hai đường chéo bằng nhau và cắt nhau tại trung điểm mỗi đường.
- B. Trong hình vuông có hai đường chéo không vuông góc với nhau.
- C. Trong hình vuông thì hai đường chéo đồng thời là hai trục đối xứng của hình vuông.
- D. Trong hình vuông có hai đường chéo vuông góc với nhau và bằng nhau.

Câu 3: Trong các dấu hiệu nhận biết sau thì dấu hiệu nào không đủ điều kiện để tứ giác là hình vuông?

- A. Hình chữ nhật có hai cạnh kề bằng nhau là hình vuông.
- B. Hình chữ nhật có hai đường chéo vuông góc với nhau là hình vuông.
- C. Hình chữ nhật có một đường chéo là đường phân giác của một góc là hình vuông.
- D. Hình bình hành có hai đường chéo bằng nhau là hình vuông.

Câu 4: Tìm câu nói đúng khi nói về hình vuông?

- A. Hình vuông vừa là hình chữ nhật, vừa là hình thoi.
- B. Hình thoi có một góc vuông là hình vuông.
- C. Hình thoi có hai đường chéo bằng nhau là hình vuông.
- D. Các phương án đều đúng.

Câu 5: Một hình vuông có độ dài cạnh bằng 4cm thì độ dài đường chéo của hình vuông là ?

- A. 8 cm
- B. 5 cm
- A. $\sqrt{32}$ cm
- C. 4 cm

Câu 6: Trong hình bên ABCD là hình vuông, ABE là tam giác đều, điểm E ở ngoài hình vuông. Tìm số đo của góc AED

- A. 10° C. 15°
B. $12,5^\circ$ D. 20°

Câu 7: Hình thoi ABCD là hình vuông khi :

- A. Có một góc vuông C. Có $AB = CD$
B. Có $AC \perp BD$ D. Cả 3 câu trên đều sai

Câu 8: Nếu ABCD là hình vuông thì hình có:

- A. 2 trục đối xứng C. Vô số trục đối xứng
B. 4 trục đối xứng D. Không có trục đối xứng

Câu 9: Cho tam giác ABC có góc $B = 45^\circ$. Trên các cạnh AB, BC về phía ngoài của tam giác đó dựng các hình vuông $ABB'A'$, BCDE. Gọi O là tâm của hình vuông BCDE. Kết quả nào sau đây là sai

- A. B',B,O thẳng hàng C. A',B,E thẳng hàng
B. B'O,D thẳng hàng D. Tất cả a,b,c đều sai

Câu 10: Chọn câu trả lời sai

- A. Hình vuông là hình chữ nhật có bốn cạnh bằng nhau
B. Hình vuông là hình thoi có bốn cạnh bằng nhau
C. Cả a,b,c đều đúng
D. Cả a,b,c đều sai

Câu 11: Các dấu hiệu nhận biết sau, dấu hiệu nào không đủ để kết luận tứ giác là hình vuông ?

- A. Hình chữ nhật có hai cạnh kề bằng nhau là hình vuông
B. Hình chữ nhật cả hai đường chéo vuông góc nhau là hình vuông
C. Hình bình hành cả hai đường chéo bằng nhau là hình vuông
D. Hình chữ nhật có một đường chéo là đường phân giác của một góc là hình vuông

Câu 12: Cho hình vuông có cạnh bằng $2a$, độ dài đường chéo của hình vuông là :

- A. $a\sqrt{2}$ C. $2a\sqrt{2}$
B. $\frac{3a}{\sqrt{2}}$ D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$

Câu 13: Cho đường chéo hình vuông là $4\sqrt{2}$ thì diện tích hình vuông có giá trị bằng bao nhiêu ?

- A. 32 cm^2 C. 8 cm^2
B. 16 cm^2 D. 2 cm^2

Câu 14: Một hình vuông có chu vi là 20 cm , hỏi diện tích hình vuông nhận giá trị nào sau đây ?

- A. 25 cm^2 C. 32 cm^2
B. 49 cm^2 D. 16 cm^2

Câu 15: Chọn ý sai

- A. Hình thoi có một góc vuông là hình vuông
B. Tứ giác vừa là hình thoi vừa là hình chữ nhật thì nó là hình vuông
C. Tứ giác có bốn cạnh bằng nhau là hình vuông
D. Hình chữ nhật có hai cạnh kề bằng nhau là hình vuông

B2 : BÀI TẬP TƯ LUẬN**Dạng 1. Vận dụng dấu hiệu nhận biết để chứng minh một tứ giác là hình vuông**

Bài 1. Cho tam giác ABC vuông tại A. Phân giác trong AD của góc A ($D \in BC$). Vẽ $DF \perp AC$, $DE \perp AB$. Chứng minh tứ giác AEDF là hình vuông.

Bài 2. Cho hình vuông ABCD. Trên các cạnh AB, BC, CD, DA lần lượt lấy các điểm E, F, G, H sao cho $AE = BF = CG = DH$. Chứng minh tứ giác EFGH là hình vuông.

Bài 3. Cho tam giác ABC vuông tại A, M là một điểm thuộc cạnh BC. Qua M vẽ các đường thẳng song song với AB và AC, chúng cắt các cạnh AB, AC theo thứ tự tại E và F.

- Tứ giác AFME là hình gì?
- Xác định vị trí điểm M trên cạnh BC để tứ giác AFME là hình vuông.

Bài 4. Cho hình chữ nhật ABCD có $AB = 2AD$. Gọi E, F theo thứ tự là trung điểm của AB, CD. Gọi M là giao điểm của AF và DE, N là giao điểm của BF và CE.

- Tứ giác ADFE là hình gì?
- Tứ giác EMFN là hình gì?

Bài 5. Cho tam giác ABC. Dựng ra phía ngoài tam giác các hình vuông ABCD và ACEF. Gọi Q, N lần lượt là giao điểm các đường chéo của ABCD và ACEF; M, P lần lượt là trung điểm BC và DF. Chứng minh rằng tứ giác MNPQ là hình vuông.

Dạng 2. Vận dụng kiến thức hình vuông để giải toán

Bài 1. Cho hình vuông ABCD. Trên cạnh các AD, DC lần lượt lấy các điểm E, F sao cho $AE = DF$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của EF, BF.

- Chứng minh các tam giác ADF và BAE bằng nhau.
- Chứng minh MN vuông góc với AF.

Bài 2. Cho hình vuông ABCD. Trên tia đối của tia BA lấy điểm E, trên tia đối của tia CB lấy điểm F sao cho $AE = CF$.

- Chứng minh tam giác EDF vuông cân.
- Gọi I là trung điểm của EF. Chứng minh $BI = DI$.
- Gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD. Chứng minh O, C, I thẳng hàng.

Bài 3. Cho tam giác ABC, dựng ra phía ngoài tam giác các hình vuông ABCD và ACEF. Vẽ đường cao AH kéo dài HA gặp DF tại E. Chứng minh rằng $DI = IF$.

Bài 4. Cho hình bình hành ABCD. Vẽ về phía ngoài hình bình hành, hai hình vuông ABEF và ADGH. Chứng minh:

- $AC = FH$ và $AC \perp FH$.
- Tam giác CEG là tam giác vuông cân.

Bài 5. Cho đoạn thẳng AB và điểm M thuộc đoạn thẳng đó. Vẽ về một phía của AB, các hình vuông AMCD, BMEF.

- Chứng minh AE vuông góc với BC.
- Gọi H là giao điểm của AE và BC. Chứng minh ba điểm D, H, F thẳng hàng.
- Chứng minh đường thẳng DF luôn đi qua một điểm cố định khi M di chuyển trên đoạn thẳng cố định AB.

Bài 6. Cho hình vuông ABCD. Trên cạnh CD lấy điểm M. Tia phân giác của góc ABM cắt AD ở I. Chứng minh rằng: $BI \leq 2 MI$.

Bài 7. Cho hình vuông ABCD. Lấy điểm E thuộc đường chéo AC. Kẻ $EF \perp AD$, $EG \perp CD$.

- Chứng minh rằng: $EB = FG$ và $EB \perp FG$.
- Chứng minh rằng: Các đường thẳng BE, AG, CF đồng qui.

Bài 8. Cho tam giác ABC. Vẽ ra phía ngoài tam giác ABC, các hình vuông ABDE và ACFG. Vẽ hình bình hành EAGH. Chứng minh rằng:

- $AK = BC$ và $AH \perp BC$.
- Các đường thẳng KA, BF, CD đồng qui.

Bài 9. Cho hình chữ nhật ABCD có $AB = 2AD$. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của AB, CD.

- Chứng minh tứ giác APQD & PBCQ là hình vuông
- Gọi H là giao điểm của AQ & DP. Gọi K là giao điểm của CP & BQ. Chứng minh PHQK là hình vuông

Bài 10. Cho hình chữ nhật MNRS có $MN = 2MS$. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của MN; SR.

- Chứng minh tứ giác MPQS & PNRQ là hình vuông
- Gọi H là giao điểm của MQ & SP. Gọi K là giao điểm của RP & NQ. Chứng minh PHQK là hình vuông

Bài 11. Cho hình chữ nhật ABCD có $AB = 10\text{cm}$ và $AD = 5\text{cm}$. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của AB, CD.

- Chứng minh tứ giác APQD & PBCQ là hình vuông
- Gọi H là giao điểm của AQ & DP. Gọi K là giao điểm của CP & BQ. Chứng minh PHQK là hình vuông.

Bài 12. Cho tam giác ABC vuông tại A. Đường phân giác AD. Gọi M, N theo thứ tự là chân đường vuông góc hạ từ D đến AB, AC.

- Chứng minh AMDN là hình vuông
- Gọi P đối xứng với D qua M. Chứng minh ADBP là hình thoi.
- NMPA là hình bình hành

BÀI TẬP TỔNG HỢP

Bài 1. Cho tứ giác ABCD. Gọi E, F, G, H lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA. Các đường chéo AC, BD của tứ giác ABCD thoả điều kiện gì thì tứ giác EFGH là:

- Hình chữ nhật. $ĐS: AC \perp BD.$
- Hình thoi. $ĐS: AC = BD.$
- Hình vuông. $ĐS: AC = BD \text{ và } AC \perp BD.$

Bài 2. Cho tam giác ABC cân tại A, trung tuyến AM. Gọi I là trung điểm của AC, K là điểm đối xứng của điểm M qua điểm I.

- Tứ giác AMCK là hình gì?
- Tứ giác AKMB là hình gì?
- Có trường hợp nào của tam giác ABC để tứ giác AKMB là hình thoi.

ĐS: a) $AMCK$ là hình chữ nhật b) $AKMB$ là hình bình hành c) Không.

Bài 3. Cho tam giác ABC vuông tại A . Về phía ngoài tam giác, vẽ các hình vuông $ABDE$, $ACGH$.

- Chứng minh tứ giác $BCHE$ là hình thang cân.
- Vẽ đường cao AK của tam giác ABC . Chứng minh AK , DE , GH đồng qui.

Bài 4. Cho hình thang cân $ABCD$ với $AB \parallel CD$. Gọi M , N , P , Q lần lượt là trung điểm của AB , BC , CD , DA .

- Tứ giác $MNPQ$ là hình gì?
- Cho biết diện tích tứ giác $ABCD$ bằng 30cm^2 . Tính diện tích tứ giác $MNPQ$.

ĐS: a) $MNPQ$ là hình thoi

$$b) S_{MNPQ} = 15\text{cm}^2.$$

Bài 5. Cho tam giác ABC vuông tại A , trung tuyến AM . Gọi D là trung điểm của AB , E là điểm đối xứng của điểm M qua điểm D .

- Chứng minh điểm E đối xứng với điểm M qua đường thẳng AB .
- Các tứ giác $AEMC$, $AEBM$ là hình gì?
- Cho $BC = 4\text{cm}$. Tính chu vi tứ giác $AEBM$.
- Tam giác vuông thoả điều kiện gì thì $AEBM$ là hình vuông.

ĐS: b) $AEMC$ là hình bình hành, $AEBM$ là hình thoi c) $P_{AEBM} = 8\text{cm}$ d) ΔABC vuông cân.

Bài 6. Cho hình bình hành $ABCD$, O là giao điểm hai đường chéo. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của các cạnh AD , BC . Các đường thẳng BM , DN cắt đường chéo AC tại P , Q .

- Chứng minh $AP = PQ = QC$.
- Tứ giác $MPNQ$ là hình gì?
- Xác định tỉ số $\frac{CA}{CD}$ để $MPNQ$ là hình chữ nhật.
- Xác định góc ACD để $MPNQ$ là hình thoi.
- Tam giác ACD thoả mãn điều kiện gì để $MPNQ$ là hình vuông.

ĐS: b) $MPNQ$ là hình bình hành c) $\frac{CA}{CD} = 3$

d) $ACD = 90^\circ$ e) ΔACD vuông tại C và $CA = 3CD$.

Bài 7. Cho hình thoi $ABCD$, O là giao điểm của hai đường chéo. Vẽ đường thẳng qua B song song với AC , đường thẳng qua C song song với BD , hai đường thẳng đó cắt nhau ở K .

- Tứ giác $OBKC$ là hình gì?
- Chứng minh $AB = OK$.
- Tìm điều kiện của hình thoi $ABCD$ để $OBKC$ là hình vuông.

ĐS: a) $OBKC$ là hình chữ nhật c) $ABCD$ là hình vuông.

Bài 8. Cho hình bình hành $ABCD$ có $BC = 2AB$ và $A = 60^\circ$. Gọi E , F lần lượt là trung điểm của BC và AD .

- Tứ giác $ECDF$ là hình gì?
- Tứ giác $ABED$ là hình gì?

c. Tính số đo của góc AED .

ĐS: a) $ECDF$ là hình thoi b) $ABED$ là hình thang cân c) $AED = 90^0$.

Bài 9. Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$). Gọi E, F theo thứ tự là trung điểm của AB, CD . Gọi O là trung điểm của EF . Qua O vẽ đường thẳng song song với AB , cắt AD và BC theo thứ tự tại M và N .

- Tứ giác $EMFN$ là hình gì?
- Hình thang $ABCD$ có thêm điều kiện gì để $EMFN$ là hình thoi.
- Hình thang $ABCD$ có thêm điều kiện gì để $EMFN$ là hình vuông.

ĐS: a) $EMFN$ là hình bình hành b) $ABCD$ là hình thang cân
c) $ABCD$ là hình thang cân và có hai đường chéo vuông góc.

Bài 10. Cho tam giác ABC vuông tại A với $AB = AC = a$.

- Lấy điểm D trên cạnh AC và điểm E trên cạnh AB sao cho $AD = AE$. Các đường thẳng vuông góc với EC vẽ từ A và D lần lượt cắt cạnh BC ở K và L . Chứng minh $BK = KL$.
- Một hình chữ nhật $APMN$ thay đổi có đỉnh P trên cạnh AB , đỉnh N trên cạnh AC và có chu vi luôn bằng $2a$. Điểm M di chuyển trên đường nào?
- Chứng minh khi hình chữ nhật $APMN$ thay đổi thì đường vuông góc vẽ từ M xuống đường chéo PN luôn đi qua một điểm cố định.

ĐS: b) M di chuyển trên cạnh BC c) HM đi qua điểm I cố định (với $ACIB$ là hình vuông).

Bài 11. Cho hình vuông $ABCD$. E là điểm trên cạnh DC , F là điểm trên tia đối của tia BC sao cho $BF = DE$.

- Chứng minh tam giác AEF vuông cân.
- Gọi I là trung điểm của EF . Chứng minh I thuộc BD .
- Lấy điểm K đối xứng với A qua I . Chứng minh tứ giác $AEKF$ là hình vuông.

Bài 12. Cho hình bình hành $ABCD$ có $AD = 2AB$, $A = 60^0$. Gọi E và F lần lượt là trung điểm của BC và AD .

- Chứng minh $AE \perp BF$.
- Chứng minh tứ giác $BFDC$ là hình thang cân.
- Lấy điểm M đối xứng của A qua B . Chứng minh tứ giác $BMCD$ là hình chữ nhật.
- Chứng minh ba điểm M, E, D thẳng hàng.

Bài 13. Cho tam giác ABC vuông tại A có $BAC = 60^0$. Kẻ tia Ax song song với BC . Trên Ax lấy điểm D sao cho $AD = DC$.

- Tính số đo các góc BAD, DAC .
- Chứng minh tứ giác $ABCD$ là hình thang cân.
- Gọi E là trung điểm của BC . Chứng minh tứ giác $ADEB$ là hình thoi.

Bài 14. Cho $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA . Gọi K là giao điểm của AC và DM , L là trung điểm của BD và CM .

- Tứ giác $MNPQ$ là hình gì?
- Tứ giác $MDPB$ là hình gì?
- Chứng minh: $AK = KL = LC$.

Bài 15. Cho hình bình hành ABCD có $AB = 2AD$. Gọi E, F thứ tự là trung điểm của AB và CD.

- Các tứ giác AEFD, AEFC là hình gì?
- Gọi M là giao điểm của AF và DE, N là giao điểm của BF và CE. Chứng minh rằng tứ giác EMFN là hình chữ nhật.
- Hình bình hành ABCD nói trên có thêm điều kiện gì để EMFN là hình vuông?

Bài 16. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường trung tuyến AM. Gọi H là điểm đối xứng với M qua AB, E là giao điểm của MH và AB. Gọi K là điểm đối xứng với M qua AC, F là giao điểm của MK và AC.

- Xác định dạng của tứ giác AEMF, AMBH, AMCK.
- Chứng minh rằng H đối xứng với K qua A.
- Tam giác vuông ABC có thêm điều kiện gì thì AEMF là hình vuông?

CASESTUDY24H.COM