

## GIẢI VÀ BIỆN LUẬN PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

### A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

**A1.** Giải phương trình dạng:  $ax^2 + bx + c = 0$

**Phương pháp:** Xét các trường hợp của hệ số  $a$

- Nếu  $a = 0$  thì tìm nghiệm phương trình bậc nhất.
- Nếu  $a \neq 0$  thì tiến hành các bước sau:

Tính biệt thức  $\Delta(\Delta')$ :  $\Delta = b^2 - 4ac$  hoặc  $\Delta' = b'^2 - ac$ ;  $b' = \frac{b}{2}$

Xét các trường hợp của  $\Delta(\Delta')$ :

- Phương trình vô nghiệm:  $\Delta < 0$
- Phương trình có nghiệm kép:  $\Delta = 0 \Leftrightarrow x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$
- Phương trình có nghiệm kép:  $\Delta > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \\ x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \end{cases}$

**A2.** Các bài toán liên quan đến hệ thức Vi-et:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$$

**A3.** Tìm giá trị của tham số để 2 phương trình có ít nhất một nghiệm chung.

**Cách 1:**

- Giả sử  $x_0$  là nghiệm chung, lập hệ 2 phương trình (ẩn x và tham số)
- Giải hệ phương trình tìm  $x_0$ , tìm tham số.
- Thử lại: Thay các giá trị của tham số vào từng phương trình, giải các phương trình, tìm nghiệm chung.
- Kết luận

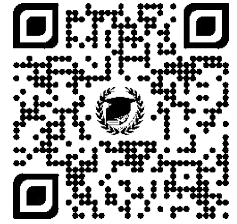
**Cách 2:**

- Rút tham số từ 1 phương trình đã cho
- Thế giá trị của tham số vào phương trình còn lại tìm x
- Thay giá trị của x tìm m
- Kết luận

**A4.** Khi phương trình bậc hai có nghiệm, cần tìm một hệ thức liên hệ giữa 2 nghiệm  $x_1$  và  $x_2$  không phụ thuộc vào tham số  $m$ .

Phương pháp:

- Tìm điều kiện để phương trình có nghiệm:  $\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta(\Delta') \geq 0 \end{cases}$
- Tính tổng S, tích P của hai nghiệm  $x_1$  và  $x_2$ .



- Tính  $m$  theo  $S, P$ .
- Khử  $m$  tìm hệ thức chỉ còn  $S, P$ . Thay  $S = x_1 + x_2, P = x_1 \cdot x_2$

**B. BÀI TẬP ÁP DỤNG****Dạng 1: Biện luận các trường hợp nghiệm của phương trình****Bài 1:** Giải phương trình bậc hai ( $m$  là tham số) sau:

- a)  $x^2 - 2(3m - 1)x + 9m^2 - 6m - 8 = 0$
- b)  $x^2 - 3mx + 2m^2 - m - 1 = 0$
- c)  $3x^2 - mx + m^2 = 0$
- d)  $x^2 - 2(m - 1)x + m - 3 = 0$

**Bài 2:** Giải các phương trình sau:

- a)  $(m - 1)x^2 - 2mx + m + 2 = 0$
- b)  $(m - 1)x^2 + 3mx + 2m + 1 = 0$
- c)  $(4m^2 + 4m + 1)x^2 - 2m(2m + 1)x + m^2 = 0$

**Bài 3:** Giải phương trình ( $m$  là tham số):

$$x^2 - 2(m + 1)x + 2(m + 5) = 0$$

**Dạng 2: Tìm điều kiện tham số để phương trình thỏa mãn số nghiệm****Bài 1:** Tìm các giá trị của  $m$  để phương trình sau có 2 nghiệm phân biệt:

- a)  $2x^2 - 4x + m = 0$
- b)  $5m.x^2 - 4x - 3m = 0$
- c)  $mx^2 - 3x + m = 0$

**Bài 2:** Tìm các giá trị của  $m$  để phương trình sau có nghiệm kép:

- a)  $3x^2 - 2mx + 1 = 0$
- b)  $4mx^2 - 6x - m - 3 = 0$
- c)  $(m + 2)x^2 - 2(m - 1)x + 4 = 0$

**Bài 3:** Tìm điều kiện của  $m$  để các phương trình sau có nghiệm:

- a)  $x^2 - x - 2m = 0$
- b)  $5x^2 + 3x + m - 1 = 0$
- c)  $mx^2 - x - 5 = 0$
- d)  $(m^2 + 1)x^2 - 2(m + 3)x + 1 = 0$

**Bài 4:** Cho phương trình  $(m - 1)x^2 + 2x - 3 = 0$  (1) (tham số  $m$ )

- a) Tìm  $m$  để (1) có nghiệm
- b) Tìm  $m$  để (1) có nghiệm duy nhất? tìm nghiệm duy nhất đó?
- c) Tìm  $m$  để (1) có 1 nghiệm bằng 2? khi đó hãy tìm nghiệm còn lại (nếu có)?

**Bài 5:** Cho phương trình:  $(m - 1)x^2 + 2(m - 1)x - m = 0$  (ẩn  $x$ )

- a) Định  $m$  để phương trình có nghiệm kép. Tính nghiệm kép này
- b) Định  $m$  để phương trình có hai nghiệm phân biệt đều âm.

**Bài 6:** Tìm các giá trị của  $m$  để phương trình sau vô nghiệm:

- a)  $3x^2 + 2mx + 4 = 0$
- b)  $x^2 - (2m + 3)x + m^2 = 0$
- c)  $m^2 x^2 + mx + 3 = 0$

**Bài 7:** Tìm các giá trị của  $m$  để phương trình sau có nghiệm:

a)  $mx^2 - 2(m+1)x + m + 3 = 0$

b)  $(m^2 - m)x^2 + 2mx + 1 = 0$

**Bài 8:** Tìm điều kiện của m để các phương trình sau có 2 nghiệm phân biệt

a)  $3x^2 - 2x + m = 0$

b)  $x^2 + 2(m-1)x - 2m+5 = 0$

**Bài 9:** Tìm điều kiện của m để phương trình vô nghiệm

a)  $(m-1)x^2 + 2x + 11 = 0$

b)  $x^2 + (m-1)x+m-2=0$

**Bài 10:** Cho phương trình :  $mx^2 + 6(m-2)x + 4m - 7 = 0$ . Tìm các giá trị của m để phương trình:

a) Có nghiệm kép.

b) Có 2 nghiệm phân biệt.

c) Vô nghiệm.

**Bài 11:** Tìm các giá trị nguyên dương của k để phương trình :

$$x^2 - 4x + k = 0 \text{ có 2 nghiệm phân biệt}$$

**Bài 12:** Tìm các giá trị nguyên âm của m để phương trình :

$$2x^2 - 6x + m + 7 = 0 \text{ có 2 nghiệm phân biệt}$$

**Bài 13:** Chứng minh phương trình ẩn x sau luôn có nghiệm hoặc có 2 nghiệm phân biệt.

a)  $x^2 - 2.(m+1)x + 2m+1 = 0$

b)  $x^2 - 3x + 1-m^2 = 0$

c)  $x^2 + (m+3)x + m+1 = 0$

**Bài 14:** Cho phương trình (*m là tham số*):

$$(2m - 7)x^2 + 2(2m + 5)x - 14m + 1 = 0$$

Xác định giá trị của m để phương trình có nghiệm kép. Tính nghiệm kép đó.

### Dạng 3: Tìm tham số để phương trình nhận nghiệm cho trước

**Bài 1:** Xác định giá trị của tham số *m* để phương trình :

a)  $(3m + 4)x^2 - (5m - 1)x + m - 3 = 0$  nhận 3 làm nghiệm.

b)  $(m^2 + 1)x^2 + (3m - 4)x + m - 11 = 0$  nhận - 2 làm nghiệm

**Bài 2:** Tìm giá trị của *m* để phương trình:

a)  $mx^2 - 3x - 5 = 0$  có một nghiệm bằng -1

b)  $x^2 - 2(m - 1)x + m - 5 = 0$  có một nghiệm bằng 3

**Bài 3:** Tìm các giá trị của *m* để phương trình có một nghiệm bằng 1. Tìm nghiệm còn lại:

a)  $2x^2 - 3x + m = 0$

b)  $3x^2 + 7x + m = 0$

**Bài 4:** Với giá trị nào của *k* thì phương trình:

a)  $2x^2 + kx - 10 = 0$  có một nghiệm bằng 5. Tìm nghiệm còn lại.

b)  $k^2x^2 - 15x - 7 = 0$  có một nghiệm bằng 7. Tìm nghiệm còn lại.

c)  $(k - 4)x^2 - 2kx + k - 2 = 0$  có một nghiệm bằng  $\sqrt{3}$ . Tìm nghiệm còn lại.

**Bài 5:** Cho phương trình  $(m - 1)x^2 - 2mx + m + 1 = 0$  (1). Tìm tất cả các số nguyên m để phương trình (1) có nghiệm nguyên.

**Bài 6:** Cho phương trình  $x^2 + (2m - 5)x - 3n = 0$ . Xác định  $m$  và  $n$  để phương trình có 2 nghiệm là 3 và -2.

**Bài 7:** Tìm  $m, n$  để phương trình bậc hai  $mx^2 + (mn + 1)x + n = 0$  có nghiệm duy nhất là  $\frac{1}{2}$ .

**Dạng 4: Tìm giá trị của tham số để 2 phương trình có ít nhất một nghiệm chung**

**Bài 1:** Với giá trị nào của  $k$  thì hai phương trình sau có ít nhất một nghiệm chung:

a)  $x^2 - (k + 4)x + k + 5 = 0$

b)  $x^2 - (k + 2)x + k + 1 = 0$

**Bài 2:** Tìm giá trị của  $m$  để hai phương trình sau đây có ít nhất 1 nghiệm chung:

a)  $x^2 + 2x + m = 0$

b)  $x^2 + mx + 2 = 0$

**Bài 3:** Tìm giá trị của  $m$  để hai phương trình sau đây có ít nhất 1 nghiệm chung:

a)  $x^2 + (m - 2)x + 3 = 0$

b)  $2x^2 + mx + (m + 2) = 0$

**Bài 4:** Với giá trị nào của  $m$  thì 2 phương trình sau đây có ít nhất 1 nghiệm chung:

$2x^2 - (3m + 2)x + 12 = 0 \quad (1)$

$4x^2 - (9m - 2)x + 36 = 0 \quad (2)$

**Dạng 5: Khi phương trình bậc hai có nghiệm, hãy tìm một hệ thức liên hệ giữa 2 nghiệm  $x_1$  và  $x_2$  không phụ thuộc vào tham số  $m$ .**

**Bài 1:** Tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm của phương trình:  $x^2 - (m + 3)x + 2m - 5 = 0$  mà hệ thức này không phụ thuộc vào  $m$ .

**Bài 2:** Cho phương trình:  $x^2 - 2(m + 1)x + m - 4 = 0$ . Không giải phương trình, hãy tìm biểu thức liên hệ giữa 2 nghiệm không phụ thuộc vào  $m$ .

**Bài 3:** Cho phương trình:  $(m - 2)x^2 - 2(m + 2)x + 2(m - 1) = 0$ . Khi phương trình có nghiệm, hãy tìm 1 hệ thức giữa  $x_1$  và  $x_2$  không phụ thuộc vào  $m$ .

**Bài 4:** Cho phương trình:  $(2m - 1)x^2 - 2(m + 4)x + 5m + 2 = 0$ . Khi phương trình có nghiệm, hãy tìm 1 hệ thức giữa  $x_1$  và  $x_2$  không phụ thuộc vào tham số  $m$ .

**Bài 5:** Cho phương trình:  $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-3} = m$ . Trong trường hợp phương trình có hai nghiệm, hãy biểu diễn nghiệm này theo nghiệm kia.

**Dạng 6: Tìm giá trị của tham số để phương trình bậc hai có 2 nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn một đẳng thức liên hệ giữa 2 nghiệm hoặc điều kiện riêng biệt**

**Bài 1:** Cho phương trình  $x^2 - 2(m - 1)x + 2m - 5 = 0$  ( $m$  là tham số)

a) Chứng minh rằng phương trình trên luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi  $m$ .

b) Tìm  $m$  để phương trình có hai nghiệm trái dấu.

c) Với giá trị nào của  $m$  thì  $A = x_1^2 + x_2^2$  đạt giá trị nhỏ nhất. Tìm giá trị đó.

**Bài 2:** Cho phương trình  $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 3m + 2 = 0$  ( $m$  là tham số)

- Tìm  $m$  để phương trình có hai nghiệm phân biệt.
- Tìm  $m$  để phương trình có hai nghiệm phân biệt thỏa  $x_1^2 + x_1^2 = 12$ .

**Bài 3:** Cho phương trình  $x^2 - 2(m-1)x + m - 3 = 0$  ( $m$  là tham số)

- Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi  $m$ .
- Tìm  $m$  để phương trình có hai nghiệm đối nhau.

**Bài 4:** Cho phương trình  $x^2 - mx - 1 = 0$

- Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm trái dấu.
- Gọi  $x_1, x_2$  là các nghiệm của phương trình. Tính  $P = \frac{x_1^2 + x_1 - 1}{x_1} - \frac{x_2^2 + x_2 - 1}{x_2}$

**Bài 5:** Cho phương trình :  $3x^2 - 4x + m = 0$ . Tìm các giá trị của  $m$  để phương trình có các nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn :  $x_1 = 3x_2$

**Bài 6:** Xác định giá trị của tham số  $k$  sao cho hai nghiệm  $x_1, x_2$  của phương trình  $x^2 - 6x + k = 0$  thỏa mãn điều kiện :  $3x_1 + 2x_2 = 20$

**Bài 7:** Cho phương trình :  $x^2 - (m+5)x - m + 6 = 0$ . Xác định  $m$  để giữa hai nghiệm  $x_1, x_2$  để có hệ thức:  $2x_1 + 3x_2 = 13$

**Bài 8:** Cho phương trình:  $3x^2 - mx + 2 = 0$ . Xác định  $m$  để giữa hai nghiệm  $x_1, x_2$  để có hệ thức:  $3x_1 \cdot x_2 = 2x_1 - 2$

**Bài 9:** Cho phương trình:  $x^2 - (2m+1)x + m^2 + 2 = 0$ . Xác định  $m$  để giữa hai nghiệm  $x_1, x_2$  để có hệ thức :  $3x_1x_2 - 5(x_1 + x_2) + 7 = 0$

**Bài 10:** Cho phương trình:  $x^2 - 2(m-2)x + (m^2 + 2m - 3) = 0$ . Tìm  $m$  để phương trình có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn :  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{5}$

**Bài 11:** Xác định  $m$  để hai nghiệm  $x_1, x_2$  của phương trình :  $x^2 + 3x + m = 0$  thỏa mãn điều kiện:  $x_1^2 + x_2^2 = 34$

**Bài 12:** Cho phương trình bậc hai :  $x^2 - 2(k-2)x - 2k - 5 = 0$  ( $k$  là tham số). Gọi  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình, tìm giá trị của  $k$  sao cho :  $x_1^2 + x_2^2 = 18$

**Bài 13:** Cho phương trình:  $x^2 + 2x + 3k = 0$  . Gọi  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình, không giải phương trình hãy tìm giá trị của  $k$  để:

- $x_1^2 + x_2^2 = 10$
- $x_1^2 - x_2^2 = 20$

**Bài 14:** Cho phương trình:  $x^2 - 4x + m = 0$ . Tìm giá trị của  $m$  để giữa hai nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn:  $x_1^3 + x_2^3 = 26$ .

**Bài 15:** Cho phương trình:  $x^2 + mx + n = 0$ . Tìm  $m, n$  biết phương trình có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn

$$\begin{cases} x_1 - x_2 = 1 \\ x_1^3 - x_2^3 = 7 \end{cases}$$

**Bài 16:** Tìm  $m$  để phương trình  $x^2 - 2x - m + 3 = 0$  có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1^2 + x_2^2 = 20$

**Bài 17:** Cho phương trình  $x^2 + 2mx - 2m - 6 = 0$

- Giải phương trình khi  $m = 1$
- Xác định  $m$  để phương trình có hai nghiệm sao cho  $x_1^2 + x_2^2$  nhỏ nhất

**Bài 18:** Cho phương trình  $x^2 + 2(m + 1)x - 2m^4 + m^2 = 0$  ( $m$  là tham số).

- Giải phương trình khi  $m = 1$ .
- Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi  $m$ .

**Bài 19:** Cho phương trình  $x^2 - 2x + m + 3 = 0$

- Tìm  $m$  để phương trình có nghiệm  $x = 3$ . Tìm nghiệm còn lại
- Tìm  $m$  để phương trình có hai nghiệm phân biệt thỏa  $x_1^3 + x_2^3 = 8$ .

**Bài 20:** Cho phương trình  $x^2 - 5x + m = 0$ .

- Giải phương trình khi  $m = -1$
- Tìm  $m$  để phương trình có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa  $x_1^2 - 2x_1x_2 + 3x_2 = 1$

**Bài 21:** Tìm các giá trị của  $m$  để phương trình:

- $x^2 - 2x + m = 0$  có 2 nghiệm trái dấu.
- $x^2 - 2mx + (m - 1)^2 = 0$  có 2 nghiệm dương
- $2x^2 - 2(m + 1)x + m = 0$  có 2 nghiệm âm.

**Bài 22:** Tìm các giá trị của  $m$  để phương trình:

- $x^2 - 2(m + 1)x + m - 4 = 0$  có 2 nghiệm trái dấu.
- $x^2 - 2(m + 1)x + m^2 = 0$  có 2 nghiệm phân biệt cùng dương
- $x^2 - 2x + m = 0$  có 2 nghiệm phân biệt đều là số dương.

**Bài 23:** Xác định điều kiện của  $m$  để phương trình:

- $(m - 5)x^2 - 4mx + m - 2 = 0$  có 2 nghiệm trái dấu.
- $(2m - 1)x^2 - (3m + 4)x + m + 3 = 0$  có 2 nghiệm trái dấu.
- $(m - 1)x^2 - 2mx + m + 1 = 0$  có 2 nghiệm dương.

**Bài 24:** Cho phương trình bậc hai  $mx^2 - (5m - 2)x + 6m - 5 = 0$

- Tìm  $m$  để phương trình có 2 nghiệm đối nhau.
- Tìm  $m$  để phương trình có 2 nghiệm nghịch đảo nhau.

**Bài 25:** Tìm giá trị  $m$  để phương trình:

- $2x^2 + mx + m - 3 = 0$  có 2 nghiệm trái dấu và nghiệm âm có giá trị tuyệt đối lớn hơn nghiệm dương.
- $x^2 - 2(m - 1)x + m - 3 = 0$  có 2 nghiệm trái dấu và bằng nhau về giá trị tuyệt đối.

**Bài 26:** Tìm giá trị  $m$  để phương trình:

- $x^2 - (2m + 3)x + m^2 + 3m + 2 = 0$  có 2 nghiệm đối nhau.

b)  $(m-1)x^2 - 2(m-2)x - 7m - 1 = 0$  có 2 nghiệm đối nhau.

**Bài 27:** Cho phương trình  $x^2 - 2x - 2m = 0$ . Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn:  
 $(1 + x_1^2)(1 + x_2^2) = 5$

**Bài 28:** Cho phương trình  $x^2 - 2(m + 1)x + m^2 - 1 = 0$ . Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn:  $x_1^2 + x_2^2 = x_1x_2 + 8$

**Bài 29:** Cho phương trình  $x^2 - 3x + m = 0$ .

a) Giải phương trình khi  $m = 1$

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa  $\sqrt{x_1^2 + 1} + \sqrt{x_2^2 + 1} = 3\sqrt{3}$

**Bài 30:** Cho phương trình:  $x^2 - 2(m - 1)x - 3 - m = 0$  (ẩn số x)

a) Chứng tỏ rằng phương trình có nghiệm  $x_1, x_2$  với mọi m

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm trái dấu

c) Tìm m để phương trình có hai nghiệm cùng âm

d) Tìm m sao cho nghiệm số  $x_1, x_2$  của phương trình thỏa mãn  $x_1^2 + x_2^2 \geq 10$ .

e) Tìm hệ thức liên hệ giữa  $x_1$  và  $x_2$  không phụ thuộc vào m.

f) Hãy biểu thị  $x_1$  qua  $x_2$ .

CASESTUDY24H.COM