

**CHUYÊN ĐỀ 5. HÀM SỐ  $Y = A.X^2$** **A. Lý thuyết**

1. Đồ thị hàm số  $y = ax^2$  ( $a \neq 0$ ) là một Parabol đi qua gốc tọa độ nhận trục Oy làm trục đối xứng.
  - Nếu  $a > 0$  thì đồ thị nằm phía trên trục hoành, O là điểm thấp nhất của đồ thị
  - Nếu  $a < 0$  thì đồ thị nằm phía dưới trục hoành, O là điểm cao nhất của đồ thị
2. Quan hệ giữa Parabol  $y = ax^2$  ( $a \neq 0$ ) và đường thẳng  $y = mx + n$  ( $m \neq 0$ )
  - Tọa độ giao điểm của (P) và (d) là nghiệm của hệ phương trình  $a.x^2 = mx+n$  và  $y = ax^2$ .
  - Hoành độ giao điểm của (P) và (d) là nghiệm của phương trình  $a.x^2 = mx+n$ .
  - Số giao điểm của (P) và (d) là số nghiệm của phương trình. Khi đó, xảy ra các trường hợp:
    - Nếu phương trình vô nghiệm thì (P) và (d) không có điểm chung;
    - Nếu phương trình có nghiệm kép thì (P) và (d) tiếp xúc nhau;
    - Nếu phương trình có hai nghiệm phân biệt thì (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt.

**B. Bài tập****Bài 1.**

- a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số  $y = -\frac{x^2}{4}$ .
- b) Tính giá trị của hàm số  $f(1)$ ;  $f(-1)$ ;  $f(0)$ ;  $f(2)$  và  $f(-2)$ .
- c) Bằng phép tính tìm tọa độ giao điểm của (P) với đường thẳng (d):  $x - 2y = 4$ .

**Bài 2.** Cho hàm số  $y = \frac{-1}{4}x^2$  có đồ thị là (P) và hàm số  $y - x = m$  có đồ thị là (d).

- a) Vẽ đồ thị của (P)
- b) Tìm điểm A có tung độ bằng -4 thuộc vào đồ thị hàm số.
- c) Tìm điểm B có hoành độ bằng 2 thuộc đồ thị hàm số.
- d) Tìm giao điểm của đồ thị hàm số (P) với các trục tọa độ Ox, Oy.
- e) Tìm m sao cho đồ thị (P) và đồ thị (d) cắt nhau tại điểm B có hoành độ là 2.

**Bài 3.** Cho parabol  $y = 2x^2$  (P)

- a) Tìm hoành độ giao điểm của (P) với đường thẳng  $y = 3x - 1$ .
- b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) với đường thẳng  $y = 6x - 4$ .

- c) Tìm giá trị của a, b sao cho đường thẳng  $y = a.x + b$  tiếp xúc với (P) và đi qua A (0; -2).

**Bài 4.** Cho hàm số (P):  $y = x^2$  và hai điểm A (0; 1) ; B (1; 3).

- a) Vẽ đồ thị hàm số (P)  
 b) Trong các điểm sau, điểm nào thuộc đồ thị hàm số C (-1; 1) ; D (2; 5) và E (-2; 4)  
 c) Viết phương trình đường thẳng AB. Tìm tọa độ giao điểm AB với (P) đã cho.

**Bài 5.** Cho (P):  $y = x^2$  và hai đường thẳng  $(d_1)$ ,  $(d_2)$  có phương trình lần lượt là

$$(d_1) \quad y = 2x - 5$$

$$(d_2) \quad y = 2x + m$$

- a) Chứng tỏ rằng đường thẳng  $(d_1)$  không cắt (P).  
 b) Tìm điểm m để đường thẳng  $(d_2)$  cắt đồ thị (P) tại điểm M (2; 2).  
 c) Với giá trị m vừa tìm được, hãy vẽ đồ thị (P) và  $(d_2)$  trên cùng hệ trục tọa độ Oxy.

## CHUYÊN ĐỀ 6. PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI MỘT ẨN

### A. Lý thuyết

#### 1. Công thức nghiệm

Phương trình  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ ) có biệt thức  $\Delta = b^2 - 4ac$

- Nếu  $\Delta < 0$  thì phương trình vô nghiệm
- Nếu  $\Delta = 0$  thì phương trình có nghiệm kép:  $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$
- Nếu  $\Delta > 0$  thì phương trình có 2 nghiệm phân biệt:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}; \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

#### 2. Công thức nghiệm thu gọn

Phương trình  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ ) có biệt thức  $\Delta' = b'^2 - ac$  ( $b = 2b'$ )

- Nếu  $\Delta' < 0$  thì phương trình vô nghiệm
- Nếu  $\Delta' = 0$  thì phương trình có nghiệm kép:  $x_1 = x_2 = \frac{-b}{a}$
- Nếu  $\Delta' > 0$  thì phương trình có 2 nghiệm phân biệt:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta'}}{a}; \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta'}}{a}$$

#### 3. Hệ thức Vi - ét

##### a) Định lí Vi-ét

Nếu  $x_1; x_2$  là nghiệm của phương trình  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ ) thì

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$$

**b) Ứng dụng**

- **Hệ quả 1:** Nếu phương trình  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ ) có  $a + b + c = 0$  thì phương trình có nghiệm  $x_1 = 1$ ;  $x_2 = \frac{c}{a}$
- **Hệ quả 2:** Nếu phương trình  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ ) có  $a - b + c = 0$  thì phương trình có nghiệm:  $x_1 = -1$ ;  $x_2 = \frac{-c}{a}$

**c) Định lí (Vi - ét đảo)**

Nếu hai số  $x_1, x_2$  có  $x_1 + x_2 = S$ ;  $x_1 \cdot x_2 = P$  thì  $x_1, x_2$  là nghiệm của phương trình  $x^2 - S \cdot x + P = 0$  ( $x_1, x_2$  tồn tại khi  $S^2 - 4P \geq 0$ )

**B. Bài tập****Dạng 1. Giải các phương trình bậc 2****Bài 1.** Giải các phương trình

- |                                |  |
|--------------------------------|--|
| a) $x^2 - 49x - 50 = 0$        | f) $x^2 - (1 + \sqrt{2})x + \sqrt{2} = 0$              |
| b) $3x^2 - 7x - 10 = 0$        | g) $\sqrt{3}x^2 - (1 - \sqrt{3})x - 1 = 0$             |
| c) $x^2 - 3x + 2 = 0$          | h) $(2 + \sqrt{3})x^2 - 2\sqrt{3}x - 2 + \sqrt{3} = 0$ |
| d) $x^2 - 4x - 5 = 0$          | i) $(2 - \sqrt{3})x^2 + 2\sqrt{3}x - 2 - \sqrt{3} = 0$ |
| e) $3x^2 - 2\sqrt{3}x - 3 = 0$ |  |

**Bài 2.** Giải các phương trình sau (phương trình quy về phương trình bậc hai)

- |                                    |  |
|------------------------------------|--|
| a) $x^3 + 3x^2 - 2x - 6 = 0$ ;     | c) $\frac{2x}{x+1} = \frac{x^2 - x + 8}{(x+1)(x-4)}$ |
| b) $5x^4 + 2x^2 - 16 = 10 - x^2$ ; | d) $3(x^2 + x) - 2(x^2 + x) - 1 = 0$                 |

**Bài 3.** Giải các phương trình sau

- |   |   |
|---|---|
| a) $x^3 + 3x^2 + 3x + 2 = 0$                    | g) $(x^2 - 4x + 2)^2 + x^2 - 4x - 4 = 0$                                    |
| b) $(x^2 + 2x - 5)^2 = (x^2 - x + 5)^2$         | h) $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4\left(x + \frac{1}{x}\right) + 3 = 0$ |
| c) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$                         | i) $\frac{x+2}{x-5} + 3 = \frac{6}{2-x}$                                    |
| d) $0,3x^4 + 1,8x^2 + 1,5 = 0$                  |   |
| e) $x^3 + 2x^2 - (x-3)^2 = (x-1)(x^2-2)$        |   |
| f) $\frac{x}{x+1} - 10 \cdot \frac{x+1}{x} = 3$ |   |

**Bài 4.** Cho phương trình  $x^2 + \sqrt{3}x - \sqrt{5} = 0$  có 2 nghiệm là  $x_1$  và  $x_2$ .

Không giải phương trình hãy tính giá trị của biểu thức sau:

$$A = \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_2}; \quad B = x_1^2 + x_2^2; \quad C = \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_2}; \quad D = x_1^3 + x_2^3$$

### Dạng 2. Giải và biện luận các phương trình bậc 2

**Bài 1.** Cho phương trình:  $x^2 - 2(m - 1).x - 3 - m = 0$

- Chứng tỏ rằng phương trình có nghiệm  $x_1, x_2$  với mọi  $m$
- Tìm  $m$  để phương trình có hai nghiệm trái dấu
- Tìm  $m$  để phương trình có hai nghiệm cùng âm
- Tìm  $m$  sao cho nghiệm số  $x_1, x_2$  của phương trình thỏa mãn  $x_1^2 + x_2^2 \geq 10$ .
- Tìm hệ thức liên hệ giữa  $x_1$  và  $x_2$  không phụ thuộc vào  $m$
- Hãy biểu thị  $x_1$  qua  $x_2$

**Bài 2.** Cho phương trình:  $x^2 + 2x + m - 1 = 0$  ( $m$  là tham số)

- Tìm  $m$  để phương trình có hai nghiệm là nghịch đảo của nhau.
- Tìm  $m$  để phương trình có hai nghiệm  $x_1; x_2$  thỏa mãn  $3.x_1 + 2.x_2 = 1$
- Lập phương trình ẩn  $y$  thỏa mãn  $y_1 = x_1 + \frac{1}{x_2}; y_2 = x_2 + \frac{1}{x_1}$  với  $x_1; x_2$  là nghiệm của phương trình ở trên.

**Bài 3.** Cho phương trình:  $(m - 1)x^2 + 2(m - 1)x - m = 0$  (ẩn  $x$ )

- Định  $m$  để phương trình có nghiệm kép. Tính nghiệm kép này
- Định  $m$  để phương trình có hai nghiệm phân biệt đều âm.

**Bài 4.** Cho phương trình:  $x^2 - 4x + m + 1 = 0$

- Tìm  $m$  để phương trình có nghiệm.
- Tìm  $m$  sao cho phương trình có 2 nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn:  $x_1^2 + x_2^2 = 10$

**Bài 5.** Cho phương trình:  $x^2 - (2m - 3)x + m^2 - 3m = 0$

- Chứng minh phương trình luôn luôn có hai nghiệm khi  $m$  thay đổi.
- Tìm  $m$  để phương trình có 2 nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn:  $1 < x_1 < x_2 < 6$

**Bài 6.** Cho đường thẳng  $d_1: y = (m+1).x + 2$  và đường thẳng  $d_2: y = 2x + 1$ .

- Xác định tọa độ giao điểm của 2 đường thẳng trên theo  $m$  ?
- Tìm  $m$  sao cho  $d_1$  và  $d_2$  cắt nhau tại một điểm mà hoành độ và tung độ của điểm đó trái dấu ?

**Bài 7.** Cho Parabol (P):  $y = \frac{1}{2}x^2$  và đường thẳng (d):  $y = x - m + 3$ . Tìm  $m$  để d và P cắt nhau tại 2 điểm phân biệt có hoành độ  $x_2 = 3x_1$ .

**Bài 8.** Cho 2 đường thẳng  $d_1: y = (m+1).x + 1$  và  $d_2: y = 2x + 2$ .

- Xác định tọa độ của chúng theo  $m$

- b) Tìm  $m$  để 2 đường thẳng trên cắt nhau tại 1 điểm sao cho hoành độ và tung độ của điểm đó cùng dấu.

**Bài 9.** Cho phương trình  $x^2 - mx + m + 1 = 0$

- a) Giải phương trình khi  $m = 3$   
 b) Tìm  $m$  để phương trình có 2 nghiệm phân biệt  $x_1$  và  $x_2$  thỏa mãn:  $x_2 = 2x_1$ .

**Bài 10.** Cho 3 đường thẳng  $d_1: y = x + 2$ ;  $d_2: y = 2x + 1$ ;  $d_3: y = (m^2 + 1)x + m$ .

- a) Tìm  $m$  để  $d_2 // d_3$   
 b) Tìm  $m$  để 3 đường thẳng trên cắt nhau tại 1 điểm.

**Bài 11.** Cho Parabol (P):  $y = x^2$  và đường thẳng (d):  $y = mx + m + 1$

- a) Tìm  $m$  để d cắt P tại hai điểm phân biệt A và B  
 b) Gọi  $x_1$  và  $x_2$  là hoành độ của A và B. Tìm  $m$  sao cho  $|x_1 - x_2| = 2$

**Bài 12.** Cho Parabol (P):  $y = -x^2$  và đường thẳng (d):  $y = mx - 2$ .

- a) Chứng minh rằng với mọi giá trị của  $m$  thì (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B.  
 b) Gọi  $x_1$  và  $x_2$  là hoành độ của A và B. Tìm  $m$  sao cho:  $x_1^2 \cdot x_2 + x_2^2 \cdot x_1 = 2014$ .

**Bài 13.** Cho hàm số  $y = -\frac{1}{2}x^2$  có đồ thị là đường parabol (P), đường thẳng (d) có hệ số góc  $k$  đi qua điểm  $(0; 2)$ .

- a) Viết phương trình đường thẳng d  
 b) Chứng minh rằng khi  $k$  thay đổi thì (d) luôn cắt (P) tại 2 điểm phân biệt.

**Bài 14.** Cho hàm số  $y = x^2$  có đồ thị là đường (P), đường thẳng d:  $y = -mx - m + 1$ .

Tìm  $m$  để d và P cắt nhau tại A và B phân biệt mà  $y_A + y_B$  nhỏ nhất.

**Bài 15.** Cho 3 đường thẳng ( $d_1$ ):  $y = mx - m + 1$ ; ( $d_2$ ):  $y = 2x + 3$  và ( $d_3$ ):  $y = x + 1$ .

- a) Chứng minh khi  $m$  thay đổi thì  $d_1$  luôn đi qua một điểm cố định.  
 b) Tìm  $m$  để 3 đường thẳng cắt nhau tại 1 điểm.

**Bài 16.** Cho parabol (P):  $y = x^2$  và đường thẳng (d):  $y = x + m + 1$ . Tìm  $m$  để (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt bên phải trục tung.

**Bài 17.**

- a) Chứng minh rằng đường thẳng (d):  $y = mx - 1$  luôn cắt đường cong (P):  $y = -x^2$  tại hai điểm phân biệt A( $x_1; y_1$ ) và B( $x_2; y_2$ )  
 b) Tìm  $m$  sao cho  $x_1^3 + x_2^3 = -4$

**Bài 18.** Cho parabol (P):  $y = x^2$  và đường thẳng (d):  $y = x - m + 1$ . Tìm  $m$  để (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt nằm ở hai phía của trục tung.

**Bài 19.** Cho hàm số  $y = \frac{-1}{2}x^2$  có đồ thị là đường parabol (P), đường thẳng có hệ số góc  $k$  đi qua điểm  $(0; -2)$ .

- a) Viết phương trình đường thẳng d  
b) Chứng minh rằng khi k thay đổi, (d) luôn cắt (P) tại 2 điểm phân biệt.

**Bài 20.** Cho parabol (P):  $y = x^2$  và đường thẳng (d):  $y = -mx - m + 1$ . Tìm m để (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt mà tổng các tung độ của nó nhỏ nhất ?

**Bài 21.** Cho 3 đường thẳng  $(d_1) : y = x + 3$ ;  $(d_2) : y = -x + 1$  và  $(d_3) : y = \sqrt{3}x - m - 2$ . Tìm m để 3 đường thẳng trên đồng quy.

**Bài 22.** Cho Parabol (P) :  $y = x^2$  và đường thẳng (d) :  $y = x + 2$ .

- a) Chứng minh rằng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B.  
b) Tính diện tích tam giác OAB.

**Bài 23.** Cho Parabol (P) :  $y = x^2$  và đường thẳng (d) :  $y = (2m + 2)x - m^2 - 2m$ . Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm có hoành độ  $x_1$  và  $x_2$  sao cho  $2x_1 + x_2 = 5$ .

**Bài 24.** Cho các hàm số  $y = 2x - 2$  và  $y = (m+1)x - m^2 - m$  (m khác 1)

- a) Vẽ đồ thị các hàm số khi  $m = -2$   
b) Tìm m để đồ thị hai hàm số trên là các đường thẳng song song.

**Bài 25.** Cho đường thẳng (d):  $2(m - 1)x + (m - 2)y = 2$

- a) Vẽ đường thẳng (d) với  $m = \frac{1}{2}$   
b) Chứng minh rằng (d) luôn đi qua một điểm cố định với mọi m.  
c) Tìm m để (d) cách gốc tọa độ một khoảng lớn nhất.

**Bài 26.** Cho (P) :  $y = mx^2$  (m khác 0) và (d) :  $y = 2(m - 2)x - m + 3$ . Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ trái dấu.

**Bài 27.** Cho (P) :  $y = x^2$  (m khác 0) và (d) :  $y = 2x + m$

- a) Vẽ đồ thị hai hàm số trên cùng hệ tọa độ khi  $m = 3$  và tìm tọa độ giao điểm.  
b) Tìm m để (d) tiếp xúc (P), xác định tọa độ giao điểm.

**Bài 28.** Cho (P) :  $y = -\frac{1}{2}x^2$  và (d) :  $y = -\frac{1}{2}x + 2$

- a) Vẽ đồ thị hai hàm số trên cùng hệ tọa độ và tìm tọa độ giao điểm của chúng.  
b) Gọi A và B là giao của hai đồ thị trên. Hãy tính diện tích tam giác OAB.

**Bài 29.** Cho (P) :  $y = \frac{1}{2}x^2$  và (d) :  $y = 2x - 2$

- a) Chứng minh rằng (d) tiếp xúc (P)  
b) Vẽ đồ thị hai hàm số trên cùng hệ tọa độ và tìm tọa độ giao điểm của chúng.  
c) Viết phương trình đường thẳng (d') vuông góc với (d) và tiếp xúc với (P).

**Bài 30.** Cho phương trình  $x^2 - 2x - m + 3 = 0$  (m là tham số).

- a) Tìm m để phương trình có nghiệm  $x_1, x_2$ .  
b) Tính tổng và tích hai nghiệm của phương trình trên theo m.

c) Tính giá trị nhỏ nhất của  $A = x_1^2 x_2^2 + x_1^2 + x_2^2 - 7x_1 x_2$  và giá trị của  $m$  tương ứng.

**Bài 31.** Cho phương trình:  $x^2 - 2(m-1)x - m = 0$

a) Chứng minh rằng phương trình luôn luôn có 2 nghiệm  $x_1, x_2$  với mọi  $m$ .

Xác định  $m$  thỏa mãn phương trình  $x_1^2 + x_2^2 - 2x_1 x_2 = 0$ .



CASESTUDY24H