

CHƯƠNG 3. PHƯƠNG TRÌNH CHỨA PHÂN THỨC, CĂN THỨC

A. PHƯƠNG TRÌNH CHỨA PHÂN THỨC

Cách giải:

Bước 1: Tìm điều kiện xác định (viết tắt là ĐKXD) của phương trình (tức là tìm giá trị của ẩn làm tất cả các mẫu thức của phương trình khác 0).

Bước 2: Quy đồng mẫu hai vế của phương trình rồi khử mẫu.

Bước 3: Giải phương trình vừa nhận được.

Bước 4: Trong các giá trị tìm được ở bước 3, các giá trị thỏa mãn điều kiện xác định chính là nghiệm của phương trình đã cho.

B. PHƯƠNG TRÌNH CHỨA CĂN THỨC

Cách giải: Để giải phương trình chứa ẩn dưới dấu căn ta tìm cách để khử dấu căn, bằng cách:

- Nâng lũy thừa hai vế.
- Đặt ẩn phụ.

Chú ý: Khi thực hiện các phép biến đổi cần chú ý điều kiện để các căn được xác định.

Dạng 1: $\sqrt{f(x)} = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = [g(x)]^2 \\ g(x) \geq 0 \end{cases}$

Dạng 2: $\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) \geq 0 \text{ (hay } g(x) \geq 0) \end{cases}$

Dạng 3: $af(x) + b\sqrt{f(x)} + c = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \sqrt{f(x)}, t \geq 0 \\ at^2 + bt + c = 0 \end{cases}$

Dạng 4: $\sqrt{f(x)} + \sqrt{g(x)} = h(x)$

- Đặt $u = \sqrt{f(x)}$, $v = \sqrt{g(x)}$ với $u, v \geq 0$.
- Đưa phương trình trên về hệ phương trình với hai ẩn là u và v .

A. TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Điều kiện xác định của phương trình $2 - x = 2\sqrt{x+2}$ là

- A. $x \leq 2$ B. $x \geq 2$ C. $x \leq -2$ D. $x \geq -2$

Câu 2. Điều kiện xác định của phương trình $x + 4 = 4\sqrt{x-3}$ là

- A. $x \geq 3$ B. $x \leq 3$ C. $x = 3$ D. $x \neq 3$

Câu 3. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{x-1}(x^2 - 3x + 2) = 0$ là

- A. 2 B. 0 C. 3 D. 1

Câu 4. Nghiệm lớn nhất của phương trình $\frac{x^2}{x-2} = \frac{x+5}{x-2} + 1$ là

- A. -1 B. 1 C. 3 D. 4

Câu 5. Giải phương trình $|2x - 1| = x + 1$

- A. $x = 0 \vee x = 3$ B. $x = 0 \vee x = 2$ C. $x = 1 \vee x = 3$ D. $x = 1 \vee x = 2$

Câu 6. Giải phương trình $|3x - 2| = 2x - 3$

- A. $x = -1$ B. $x = 0$
C. $x = 1$ D. phương trình vô nghiệm

Câu 7. Nghiệm nhỏ nhất của phương trình $2|x - 1| = x + 5$

- A. $x = -4$ B. $x = 3$ C. $x = 7$ D. $x = -1$

Câu 8. Cho phương trình $|x - 1| = 2x + 1$. Chọn kết luận đúng

- A. phương trình vô nghiệm B. phương trình chỉ có 1 nghiệm dương
C. phương trình có đúng 2 nghiệm nguyên D. phương trình có nghiệm không âm

Câu 9. Cho phương trình $3\sqrt{x-1} = |2x - 4|$. Chọn kết luận đúng

- A. phương trình trên tương đương với phương trình $3(x - 1)^2 = (2x - 4)^2$
B. phương trình trên tương đương với phương trình $9(x - 1)^2 = (2x - 4)^2$
C. phương trình trên có 2 nghiệm nguyên
D. phương trình trên có 2 nghiệm hữu tỉ

Câu 10. Nghiệm lớn nhất của phương trình $|4x - 7| = |2x + 1|$ là

- A. $x = 3$ B. $x = 1$ C. $x = 2$ D. $x = 4$

B. TƯ LUẬN

Dạng 1: Tìm điều kiện xác định cho biểu thức

Câu 1. Tìm điều kiện x để biểu thức có nghĩa

$$A = \left(\frac{1}{\sqrt{x-1}} + \frac{1}{\sqrt{x+1}} \right)^2 \cdot \frac{x^2 - 1}{2} - \sqrt{1 - x^2}$$

$$B = \left(\frac{2\sqrt{x} + x}{x\sqrt{x} - 1} - \frac{1}{\sqrt{x} - 1} \right) : \left(\frac{\sqrt{x} + 2}{x + \sqrt{x} + 1} \right)$$

$$C = \frac{1 + \sqrt{1-a}}{1-a + \sqrt{1-a}} + \frac{1 - \sqrt{1+a}}{1+a - \sqrt{1+a}} + \frac{1}{\sqrt{1+a}}$$

$$D = \left(\frac{2}{2 - \sqrt{x}} + \frac{3 + \sqrt{x}}{x - 2\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{2 + \sqrt{x}}{2 - \sqrt{x}} - \frac{2 - \sqrt{x}}{2 + \sqrt{x}} - \frac{4x}{x - 4} \right)$$

Câu 2. Tìm điều kiện x để biểu thức có nghĩa

$$A = \left(\frac{x-1}{x+1} - \frac{x+1}{x-1} \right) : \left(\frac{x}{1-x} - \frac{1}{x+1} - \frac{2}{x^2-1} \right)$$

$$B = \frac{x-1}{x^2-2x+1} + \frac{3}{x-1} - \frac{x+2}{x^2+x+1}$$

Câu 3. Tìm điều kiện xác định của các phương trình

a) $\sqrt{x-1} + \sqrt{x-2} = \sqrt{x-3}$

b) $x + \frac{1}{4-x} = \sqrt{x-2}$

e) $\frac{x}{2\sqrt{x-3}} = \frac{1}{\sqrt{x-3}}$

c) $\sqrt{x-2} = \sqrt{2-x}$

f) $\frac{\sqrt{x+2}}{x^2+2x} = \frac{3}{\sqrt{5-x}}$

d) $2x + \frac{1}{\sqrt{x+1}} = -x^2 + \frac{1}{\sqrt{x+1}}$

Dạng 2: Giải phương trình chứa căn thức**Câu 1.** Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{2x-3} = x-3$

b) $\sqrt{5x+10} = 8-x$

c) $x - \sqrt{2x-5} = 4$

d) $\sqrt{x^2+x-12} = 8-x$

e) $\sqrt{x^2+2x+4} = \sqrt{2-x}$

f) $\sqrt{3x^2-9x+1} = x-2$

g) $\sqrt{3x^2-9x+1} = |x-2|$

h) $\sqrt{x^2-3x-10} = x-2$

i) $(x-3)\sqrt{x^2+4} = x^2-9$

Câu 2. Giải các phương trình sau:

a) $x^2 - 6x + 9 = 4\sqrt{x^2 - 6x + 6}$

b) $\sqrt{(x-3)(8-x)} + 26 = -x^2 + 11x$

c) $(x+4)(x+1) - 3\sqrt{x^2+5x+2} = 6$

d) $(x+5)(2-x) = 3\sqrt{x^2+3x}$

e) $x^2 + \sqrt{x^2+11} = 31$

f) $x^2 - 2x + 8 - 4\sqrt{(4-x)(x+2)} = 0$

Câu 3. Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1} = 1$

b) $\sqrt{3x+7} - \sqrt{x+1} = 2$

c) $\sqrt{x^2+9} - \sqrt{x^2-7} = 2$

d) $\sqrt{3x^2+5x+8} - \sqrt{3x^2+5x+1} = 1$

e) $\sqrt[3]{1+\sqrt{x}} + \sqrt[3]{1-\sqrt{x}} = 2$

f) $\sqrt{x^2+x-5} + \sqrt{x^2+8x-4} = 5$

g) $\sqrt[3]{5x+7} - \sqrt[3]{5x-13} = 1$

h) $\sqrt[3]{9-\sqrt{x+1}} + \sqrt[3]{7+\sqrt{x+1}} = 4$

Câu 4. Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{x+3} + \sqrt{6-x} = 3 + \sqrt{(x+3)(6-x)}$

b) $\sqrt{2x+3} + \sqrt{x+1} = 3x + 2\sqrt{(2x+3)(x+1)} - 16$

c) $\sqrt{x-1} + \sqrt{3-x} - \sqrt{(x-1)(3-x)} = 1$

d) $\sqrt{7-x} + \sqrt{2+x} - \sqrt{(7-x)(2+x)} = 3$

e) $\sqrt{x+1} + \sqrt{4-x} + \sqrt{(x+1)(4-x)} = 5$

f) $\sqrt{3x-2} + \sqrt{x-1} = 4x - 9 + 2\sqrt{3x^2-5x+2}$

Câu 5. Tìm các giá trị của m để phương trình $\sqrt{x-1} + \frac{x-m}{\sqrt{x-1}} = \frac{2m}{\sqrt{x-1}}$ có nghiệm.**Câu 6.** Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình:

a) $|2x^2 - 3x - 2| = \sqrt{x^2 + 4x + 4}$

b) $\sqrt{x-3} + 5 = \sqrt{7-x} + x$

c) $\sqrt{3x+7} - \sqrt{x+1} = 2$

Dạng 3: Phương trình chứa ẩn ở mẫu**Câu 1.** Giải các phương trình sau:

a) $1 + \frac{2}{x-2} = \frac{10}{x+3} - \frac{50}{(2-x)(x+3)}$

b) $\frac{x+1}{x+2} + \frac{x-1}{x-2} = \frac{2x+1}{x+1}$

c) $\frac{2x+1}{3x+2} = \frac{x+1}{x-2}$

d) $\frac{x^2 - 3x + 5}{x^2 - 4} = -1$

e) $\frac{2x^2 - 5x + 2}{x-1} = \frac{2x^2 + x + 15}{x-3}$

f) $\frac{x+3}{(x+1)^2} = \frac{4x-2}{(2x-1)^2}$

Câu 2. Giải các phương trình sau

a) $\frac{2x+1}{3x+2} = \frac{x+1}{x-2}$

d) $\frac{x+1}{x+2} + \frac{x-1}{x-2} = \frac{2x+1}{x+1}$

b) $1 + \frac{2}{x-2} = \frac{10}{x+3} - \frac{50}{(2-x)(x+3)}$

e) $\frac{4}{2x+1} + \frac{3}{2x+2} = \frac{2}{2x+3} + \frac{1}{2x+4}$

c) $\frac{x+3}{(x+1)^2} = \frac{4x-2}{(2x-1)^2}$

Câu 3. Giải và biện luận các phương trình sau:

a) $\frac{mx-m+1}{x+2} = 3$

b) $\frac{mx+m-2}{x-m} = 3$

c) $\frac{x-m}{x-1} + \frac{x-1}{x-m} = 2$

d) $\frac{x+m}{x-1} = \frac{x+3}{x-2}$

e) $\frac{(m+1)x+m-2}{x+3} = m$

f) $\frac{x}{\sqrt{x+m}} = \frac{x}{\sqrt{x+1}}$

