



BÀI TẬP NGUYÊN HÀM

Dạng 2. Tìm nguyên hàm theo công thức biến đổi

Tính $I = \int f[u(x)].u'(x)dx$ bằng cách đặt $t = u(x)$

- Đặt $t = u(x) \Rightarrow dt = u'(x)dx$
- $I = \int f[u(x)].u'(x)dx = \int f(t)dt$

Lưu ý: Một số dấu hiệu dẫn tới việc lựa chọn ẩn phụ:

Dấu hiệu	Phương pháp
Hàm số có mẫu	Đặt t là mẫu
Hàm $f(x, \sqrt{\varphi(x)})$	Đặt $t = \varphi(x)$
Hàm $f(x, \sqrt[n]{\varphi(x)}, \sqrt[m]{\varphi(x)})$	Đặt $t = \sqrt[m]{\varphi(x)}$
Hàm $f(x) = \frac{a \sin x + b \cos x}{c \sin x + d \cos x + e}$	Đặt $t = \tan \frac{x}{2}$
Hàm lẻ với $\sin x$	Đặt $t = \cos x$
Hàm lẻ với $\cos x$	Đặt $t = \sin x$
Hàm chẵn với $\sin x$ và $\cos x$	Đặt $t = \tan x$
$\sqrt{a^2 - x^2}$	$\begin{cases} x = a \sin t, -\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{\pi}{2} \\ x = a \cos t, 0 \leq t \leq \pi \end{cases}$
$\sqrt{x^2 - a^2}$	$\begin{cases} x = \frac{ a }{\sin t}, -\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{\pi}{2}; t \neq 0 \\ x = \frac{ a }{\cos t}, 0 \leq t \leq \pi; t \neq \frac{\pi}{2} \end{cases}$
$\sqrt{x^2 + a^2}$; $\int \frac{dx}{x^2 + a^2}$	$\begin{cases} x = a \tan t, -\frac{\pi}{2} < t < \frac{\pi}{2} \\ x = a \cot t, 0 < t < \pi \end{cases}$
$\sqrt{\frac{a+x}{a-x}}$ hoặc $\sqrt{\frac{a-x}{a+x}}$	Đặt $x = a \cos 2t$
$\sqrt{(x-a)(b-x)}$	Đặt $x = a + (b-a)\sin^2 t$

Bài 1: Tìm nguyên hàm của các hàm số sau:

a) $\int (5x-1)dx$

b) $\int \frac{dx}{(3-2x)^5}$

c) $\int \sqrt{5-2x}dx$

d) $\int \frac{dx}{\sqrt{2x-1}}$

e) $\int (2x^2+1)^7 xdx$

f) $\int (x^3+5)^4 x^2 dx$

g) $\int \sqrt{x^2+1}.xdx$

h) $\int \frac{x}{x^2+5} dx$

i) $\int \frac{3x^2}{\sqrt{5+2x^3}} dx$

j) $\int \frac{dx}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})^2}$

k) $\int \sqrt{1-x^2}.dx$

l) $\int \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$

m) $\int x^2 \sqrt{1-x^2}.dx$

n) $\int \frac{dx}{1+x^2}$

o) $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1-x^2}}$

p) $\int \frac{dx}{x^2+x+1}$

q) $\int x\sqrt{x-1}.dx$

r) $\int x^3 \sqrt{x^2+1}.dx$

Bài 2: Tìm nguyên hàm của các hàm số lượng giác sau:

a) $\int \sin^4 x \cos x dx$

b) $\int \frac{\sin x}{\cos^5 x} dx$

c) $\int \cot g x dx$

d) $\int \frac{tg x dx}{\cos^2 x}$

e) $\int \frac{dx}{\sin x}$

f) $\int \frac{dx}{\cos x}$

g) $\int tg x dx$

h) $\int \cos^3 x \sin^2 x dx$

Bài 3: Tìm nguyên hàm của các hàm số mũ sau:

a) $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$

b) $\int \frac{e^x dx}{\sqrt{e^x-3}}$

c) $\int \frac{\ln^3 x}{x} dx$

d) $\int x.e^{x^2+1} dx$

e) $\int \frac{e^{tg x}}{\cos^2 x} dx$

f) $\int \frac{dx}{e^x+1}$

g) $\int \frac{1}{1+e^{-x}} dx$

Bài 4: Tìm nguyên hàm của các hàm số sau:

a) $\int (2x+1)^3 dx$

b) $\int \frac{2z}{\sqrt[3]{z^2+5}} dz$

c) $\int 2x(x^2 + 1)dx$

d) $\int \sin(7x + 6)dx$

e) $\int xe^{1+x^2} dx$

f) $\int \frac{2x}{x^2 + 4x + 3} dx$

g) $\int \sin^{2012} x \cdot \cos x dx$

h) $\int \frac{2x - 1}{\sqrt{x^2 - x + 2012}} dx$

i) $\int \frac{9x^2}{\sqrt{1 - x^3}} dx$

j) $\int x^4 \sqrt{1 - x^2} dx$

k) $\int \frac{1}{\sqrt{x}(1 + \sqrt{x})^2} dx$

l) $\int \frac{1}{\cos^2(5x + 2)} dx$

m) $\int \frac{1}{x^2} \sin \frac{1}{x} \cdot \cos \frac{1}{x} dx$

n) $\int \sin^4 x \cdot \cos x dx$

o) $\int \frac{\sin(3x + 1)}{\cos^2(3x + 1)} dx$

p) $\int \frac{xdx}{x^4 - 2x^2 - 2}$

q) $\int \frac{xdx}{x^2 - 4x - 5}$

r) $\int \frac{x^3 dx}{x^4 - x^2 - 2}$

s) $\int \frac{x^2}{(1 - x)^{39}} dx$

Bài 5: Tìm nguyên hàm của các hàm số sau:

a) $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1 - x^2}}$

b) $\int \frac{dx}{x^2 + x + 1}$

c) $\int x^3 \sqrt{x^2 + 1} dx$

d) $\int x^2 \sqrt{x^2 - 1} dx$

e) $\int \frac{x^2}{\sqrt{x^2 - 4}} dx$

f) $\int \frac{1}{\sqrt{x^2 - 3}} dx$

Bài 6: Tìm nguyên hàm của các hàm số sau:

a) $\int \sin x \cos^3 x dx$

b) $\int \sin^3 x \cos x dx$

c) $\int \sin^3 x \cos^4 x dx$

d) $\int \sin^4 x \cos^4 x dx$

e) $\int \frac{4 \sin^3 x dx}{1 + \cos x}$

f) $\int \frac{\sin 2x}{4 - \cos^2 x} dx$

g) $\int \frac{\sin 2x \cos x}{1 + \cos x} dx$