

**Dạng 3. Đại cương về hàm số bậc nhất**

**A. Lý thuyết**

**1. Khái niệm hàm số bậc nhất**

Hàm số bậc nhất là hàm số được cho bởi công thức  $y = ax + b$  với  $a \neq 0$ .

**2. Tính chất**

Hàm số bậc nhất  $y = ax + b$  xác định với mọi  $x$  thuộc  $\mathbb{R}$  và có tính chất sau:

- a) Đồng biến trên  $\mathbb{R}$  nếu  $a > 0$
- b) Nghịch biến trên  $\mathbb{R}$  nếu  $a < 0$ .

**3. Đồ thị**

• **Đồ thị của hàm số  $y = ax + b$  ( $a \neq 0$ )** là một đường thẳng:

- Cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng  $b$ .
- Song song với đường thẳng  $y = ax$  nếu  $b \neq 0$ ; trùng với đường thẳng  $y = ax$  nếu  $b = 0$ .

• Cách vẽ đồ thị hàm số  $y = ax + b$  ( $a \neq 0$ ):

- Khi  $b = 0$  thì  $y = ax$ . Đồ thị của hàm số  $y = ax$  là đường thẳng đi qua gốc tọa độ  $O(0; 0)$  và điểm  $A(1; a)$ .
- Nếu  $b \neq 0$  thì đồ thị  $y = ax + b$  là đường thẳng đi qua các điểm  $A(0; b)$ ,

$$B\left(-\frac{b}{a}; 0\right).$$

**4. Đường thẳng song song và đường thẳng cắt nhau**

Cho hai đường thẳng  $(d): y = ax + b$  và  $(d'): y = a'x + b'$  ( $a' \neq 0$ ):

- $(d) \parallel (d') \Leftrightarrow \begin{cases} a = a' \\ b \neq b' \end{cases}$
- $(d) \equiv (d') \Leftrightarrow \begin{cases} a = a' \\ b = b' \end{cases}$
- $(d) \text{ cắt } (d') \Leftrightarrow a \neq a'$
- $(d) \perp (d') \Leftrightarrow a \cdot a' = -1$

**5. Hệ số góc của đường thẳng  $y = ax + b$  ( $a \neq 0$ )**

- Đường thẳng  $y = ax + b$  có hệ số góc là  $a$ .
- Gọi  $\alpha$  là góc tạo bởi đường thẳng  $y = ax + b$  ( $a \neq 0$ ) với tia  $Ox$ :
  - +  $a < 90^0$  thì  $a > 0$
  - +  $a > 90^0$  thì  $a < 0$ .
- Các đường thẳng có cùng hệ số góc thì tạo với trục  $Ox$  các góc bằng nhau.

**B. Bài tập**

**Bài 1.** Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số bậc nhất? Với các hàm số bậc nhất, hãy cho biết hàm số đó đồng biến hay nghịch biến?

- a)  $y = 5 - 2x$
- b)  $y = x\sqrt{2} - 1$
- c)  $y = 2(x + 1) - 2x$

d)  $y = 3(x-1) - x$

e)  $y = -\frac{2}{3}x$

f)  $y = x + \frac{1}{x}$

**Bài 2.** Cho hàm số  $y = (3 - \sqrt{2})x + 2$ .

- Hàm số trên là đồng biến hay nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ ?
- Tính các giá trị tương ứng của  $y$  khi  $x$  nhận các giá trị sau:  $0; 1; 3 + \sqrt{2}; 3 - \sqrt{2}$ .
- Tính các giá trị tương ứng của  $x$  khi  $y$  nhận các giá trị sau:  $0; 1; 5 + \sqrt{2}; 5 - \sqrt{2}$ .

**Bài 3.** Cho các hàm số  $y = x$  ( $d_1$ ),  $y = 2x$  ( $d_2$ ),  $y = -x + 3$  ( $d_3$ ).

- Vẽ trên cùng một hệ trục các đồ thị ( $d_1$ ), ( $d_2$ ), ( $d_3$ ).
- Đường thẳng ( $d_3$ ) cắt các đường thẳng ( $d_1$ ), ( $d_2$ ) lần lượt tại A và B. Tính tọa độ các điểm A, B và diện tích tam giác OAB.

**Bài 4.** Cho hàm số  $y = (a-1)x + a$ .

- Chứng minh rằng đồ thị hàm số luôn đi qua điểm  $A(-1;1)$  với mọi giá trị của  $a$ .
- Xác định  $a$  để đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3. Vẽ đồ thị hàm số trong trường hợp này.
- Xác định  $a$  để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng  $-2$ . Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng đó.

**Bài 5.** Vẽ đồ thị các hàm số:

a)  $y = |x|$

b)  $y = |2x - 1|$

c)  $y = |x - 2| - 1$

**Bài 6.** Cho hàm số  $y = |x - 1| + 2|x|$ .

- Vẽ đồ thị hàm số trên.
- Dựa vào đồ thị, biện luận theo  $m$  số nghiệm của phương trình:  $|x - 1| + 2|x| = m$ .

**Bài 7.** Tìm các cặp đường thẳng song song và các cặp đường thẳng cắt nhau trong số các đường thẳng sau:

a)  $y = \sqrt{3}x - 1$

b)  $y = 2 - x$

c)  $y = -0,3x$

d)  $y = -0,3x - 1$

e)  $y = 3 + \sqrt{3}x$

f)  $y = -x + 3$

**Bài 8.** Cho hàm số  $y = mx - 3$ . Xác định  $m$  trong mỗi trường hợp sau:

- Đồ thị hàm số song song với đường thẳng  $y = -3x$ .
- Khi  $x = 1 + \sqrt{3}$  thì  $y = \sqrt{3}$ .

**Bài 9.** Xác định hàm số  $y = ax + b$ , biết đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 5 và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng  $-3$ .

**Bài 10.** Cho đường thẳng  $y = (a+1)x + a$ .

- Xác định  $a$  để đường thẳng đi qua gốc tọa độ.

b) Xác định  $a$  để đường thẳng song song với đường thẳng  $y = (\sqrt{3} + 1)x + 4$ .

**Bài 11.** Xác định hàm số trong mỗi trường hợp sau, biết đồ thị của nó là đường thẳng đi qua gốc tọa độ và:

- Đi qua điểm  $A(2; 4)$ .
- Có hệ số góc  $a = -\sqrt{2}$ .
- Song song với đường thẳng  $y = 5x - 1$ .

**Bài 12.** Viết phương trình đường thẳng qua gốc tọa độ và:

- Đi qua điểm  $A(-3; 1)$ .
- Có hệ số góc bằng  $-2$ .
- Song song với đường thẳng  $y = 2x - 1$ .

**Bài 13.** Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm  $B(-1; -4)$  và:

- Có hệ số góc bằng  $\frac{1}{2}$ .
- Song song với đường thẳng  $y = -3x + 1$ .
- Có hệ số góc bằng  $k$  cho trước.

**Bài 14.** Cho hàm số  $y = mx + 3m - 1$ .

- Định  $m$  để đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ.
- Tìm tọa độ của điểm mà đường thẳng luôn đi qua với mọi  $m$ .

**Bài 15.** Cho 2 điểm  $A(1; -2)$ ,  $B(-4; 3)$ .

- Tìm hệ số góc của đường thẳng  $AB$ .
- Lập phương trình đường thẳng  $AB$ .

**Bài 16.** Lập phương trình đường thẳng:

- Đi qua điểm  $A(1, 2)$  và  $B(-1, 3)$ .
- Đi qua điểm  $A(-2, 5)$  và có hệ số góc bằng  $-1,5$ .
- Đi qua điểm  $A(4; -3)$  và song song với  $(d')$ :  $y = -\frac{2}{3}x + 1$ .
- Đi qua gốc  $O$  và vuông góc với đường thẳng  $(d')$ :  $y = \frac{1}{3}x + 1$ .
- Đi qua điểm  $A(-2, 1)$  và song song với phân giác của góc phần tư thứ hai.

**Bài 17.** Cho tam giác  $ABC$  có  $A(-6, -3)$ ,  $B(-2, 5)$ ,  $C(4, 8)$ . Lập phương trình các cạnh, phương trình đường cao  $AH$  và trung tuyến  $AM$ .

**Bài 18.** Tìm phương trình 4 cạnh hình vuông nhận gốc  $O$  làm tâm đối xứng và biết một đỉnh  $A(3; 0)$ .

**Bài 19.** Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số:

a)  $y = \frac{4}{3}x + 1$       b)  $y = 6 - 2x$       c)  $y = \begin{cases} 2x & \text{khi } x \geq 0 \\ -x & \text{khi } x < 0 \end{cases}$       d)  $y = \begin{cases} 2x - 1 & \text{khi } x \geq 1 \\ -x + 1 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$

**Bài 20.** Cho hàm số  $f$  xác định bởi:

$$y = f(x) = \begin{cases} x + 2 & \text{khi } x < -1 \\ -x & \text{khi } -1 \leq x \leq 1 \\ x - 2 & \text{khi } x > 1 \end{cases}$$

- Chứng minh hàm số  $f$  là hàm số lẻ.
- Vẽ đồ thị hàm số.
- Biện luận theo  $m$  số nghiệm của phương trình  $f(x) = m$

**Bài 21.** Vẽ đồ thị hàm số  $y = |x - 3|$  và  $y = |x| + 2$ . Nêu nhận xét về mối quan hệ giữa chúng.

**Bài 22.** Vẽ đồ thị hàm số  $y = |x - 1| - 2|x + 1|$ . Lập bảng biến thiên và tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số.

**Bài 23.** Cho hàm số  $y = f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & \text{khi } -2 \leq x < -1 \\ -2x & \text{khi } -1 \leq x \leq 1 \\ x - 2 & \text{khi } 1 < x \leq 3 \end{cases}$

- Vẽ đồ thị và lập bảng biến thiên của hàm số.
- Biện luận theo  $m$  số nghiệm của phương trình  $f(x) = 2m$ .
- Tìm  $m$  để phương trình  $f(x) = m$ 
  - có nghiệm.
  - có 2 nghiệm phân biệt.
  - có 2 nghiệm cùng dấu.
  - có 3 nghiệm phân biệt.

**Bài 24.** Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng  $y = 5x + 6$  và  $y = x - 10$ .

**Bài 25.** Biện luận sự tương giao của hai đồ thị:  $y = mx + 4$ ,  $y = x - 3m$ .

**Bài 26.** Tìm  $a$  để ba đường thẳng sau đồng quy:

- $y = 2x$ ,  $y = -x - 3$ ,  $y = ax + 5$ .
- $y = 2ax - 8$ ,  $y = 5x - a$ ,  $y = 4x - 5$ .

**Bài 27.** Tìm điểm cố định của họ đồ thị:

- $y = 4mx - 3 + m$
- $mx + 5(m - 2)y + 2m - 1 = 0$ .